4381

日本建築学会大会学術講演梗概集
（東　北）昭和57年10月

熱水分同時移動の解析法について

正会員　奥山博康

1. はじめに　これまでは温度[i]あるいは速度[ii]などの単一の物理量からなる状態ベクトルに関する状態推移方程式を回路網の概念によって構成し，主にそのシミュレーションに関し述べてきた。今回はその状態ベクトルが二種の物理量である温度と湿度からなるシステムについて論じ，今までの熱回路網が自然な形で熱水分回路網に拡張できることを示す。

2. システム方程式（システム状態推移方程式）　当現象で注目する物理量，温度と湿度に関し移流（Advection）を無視し，狭義の拡散（Diffusion）のみとし，かつマクロに定義された物性値 κ，ν を用いて現象記述の連立偏微分方程式が前田，松本ら[参照iii]により示されている。これは何らかの空間離散化の方法により連立常微分方程式の近似システムにすることによって実際に解くことが可能となる。空間離散化の方法には今のところ空間差分法，空間有限要素法，コントロールボリューム法（以下C.V.）が考えられる。前二者は重みつき残差法の応用例として分類され，支配方程式に固執するところのよりミクロ的なとらえ方に基づく，三番目の方法はある空間部分領域において，ある物理状態量のバランスを直接定式化するもので，よりマクロ的なとらえ方に基づく。しかし，いずれの方法によっても得られる最終的なシステム状態推移方程式は数学上，同一形式である。そのうち特に離散化にC.V.を用い，回路網による完全システム記述の定式化をすれば全体システムの方程式構成上，また計算プログラムの汎用性上，都合が良い。すなわち j 番C.V.で(1)(2)の方程式が成立し，対応する各サブシステムで(3)(4)の式となり，全体システムで一括して(5)′(5)のシステム方程式ができる。

$$(c'\cdot\gamma'+\kappa)\cdot V_j\cdot\frac{dX_j}{dt}=\sum_{i=1}^{n+n_0}C_{xij}(X_i-X_j)+\nu\cdot V_j\cdot\frac{dT_j}{dt}\quad\cdots\cdots(1)$$

$$(c\cdot\gamma+r\cdot\nu)\cdot V_j\cdot\frac{dT_j}{dt}=\sum_{i=1}^{n+n_0}C_{Tij}(T_i-T_j)+r\cdot\kappa\cdot V_j\cdot\frac{dX_j}{dt}\quad\cdots(2)$$

$$M_X\cdot\dot{\boldsymbol{X}}=C_X\cdot\boldsymbol{X}+V_X\cdot\dot{\boldsymbol{T}}+\boldsymbol{G}_X\quad\cdots\cdots(3)$$

$$M_T\cdot\dot{\boldsymbol{T}}=C_T\cdot\boldsymbol{T}+V_T\cdot\dot{\boldsymbol{X}}+\boldsymbol{G}_T\quad\cdots\cdots(4)$$

$$\begin{bmatrix}M_X & -V_X\\ -V_T & M_T\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{X}}\\ \dot{\boldsymbol{T}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}C_X & O\\ O & C_T\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{X}\\ \boldsymbol{T}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\boldsymbol{G}_X\\ \boldsymbol{G}_T\end{bmatrix}\quad\cdots\cdots(5)'$$

ここに V_j：C.V.(m³)　X_j：j 節点の空隙絶対湿度（kg/kg′）　T_j：j 節点の温度(℃)
C_{xij}：i 節点から j 節点への湿気コンダクタンス（kg/hr・(kg/kg′)）
C_{Tij}：i から j への熱コンダクタンス（kcal/hr℃）κ：水蒸気吸着率（kg/m³(kg/kg′)）
ν：水蒸気放出率（kg/m³℃）　r：吸着熱（kcal/kg）　c'：空隙率（m³/m³）
γ'：空気比重量（kg/m³）　c：材料の比熱（kcal/kg℃）　γ：材料の比重（kg/m³）
$\boldsymbol{T}$：温度ベクトル$\in R^n$　$\boldsymbol{X}$：湿度ベクトル$\in R^n$
C_X：湿度コンダクタンスマトリクス$\in R^{n\times n}$　C_T：熱コンダクタンスマトリクス$\in R^{n\times n}$
$\boldsymbol{G}_X$：湿気流入力ベクトル$\in R^n$　$\boldsymbol{G}_T$：熱流入力ベクトル$\in R^n$
M_X, V_X, M_T, V_T：容量マトリクス$\in R^{n\times n}$　$\boldsymbol{Y}$：システム状態ベクトル$\in R^{2n}$
n：出力節点総数　n_0：入力節点総数

$$M_y\cdot\dot{\boldsymbol{Y}}=C_y\cdot\boldsymbol{Y}+\boldsymbol{G}_y\quad\cdots\cdots(5)$$

空間差分法による場合も本質はこれらの式と全く同一になる。ただし，これらは容量の M_X, V_X, M_T, V_T のマトリクスが対角なのに対し，一次補間の形状関数を用いるガレルキン法による場合は対称行列となる違いがある。しかし，対称であればコレスキー分解が可能であり，従って容易に状態推移の相似性が証明される。さらにその性質を表わす固有値は実負（移流が混じる系では実部の負）であることが(3)式より $\dot{\boldsymbol{X}}$ を(4)式に代入し，そのサブシステムの $\dot{\boldsymbol{T}}$ にかかる容量マトリクスの j 番要素が次のように正値であることから示されるから，あとはⅳ)と同様な証明プロセスで証明可能である。

$$m_{tsj}=\delta_{ij}(M_T-V_T\cdot M_X^{-1}\cdot V_X)=\left[(c\gamma+r\nu)_j-r\kappa_j\frac{1}{(c'\gamma'+\kappa)_j}\nu_j\right]V_j=\frac{V_j}{(c'\gamma'+\kappa)_j}(c\gamma\cdot c'\gamma'+c\gamma\kappa+c'\gamma' r\cdot\nu)_j>0\qquad(\delta_{ij}：クロネッカーデルタ)$$

3. 時間積分（シミュレーション）　(5)方程式の形式解は推移行列 $\phi(t-t_0)$ を用いて重畳積分で表わされる。（transition matrix：遷移という訳は，学術的にはある定常状態から別の定常状態への移り変わりを意味するから適当ではないと考える）。さて，この形式解では内部の時間関数が陰になっているので実際の積分を行うことができない。そこでこれを射影分解によって各固有空間上の陽な積分になおすと次式となる。[参照ⅳ]

$$\boldsymbol{Y}(t)=\sum_{i=1}^{2n}P_i\cdot e^{\alpha_i(t-t_0)}\cdot\boldsymbol{Y}(t_0)+\int_{t_0}^{t}\sum_{i=1}^{2n}P_i\cdot e^{\alpha_i(t-\tau)}\boldsymbol{G}_y^*(\tau)d\tau\quad\cdots\cdots(6)$$

ここに $\boldsymbol{G}_y^*=M_y^{-1}\cdot\boldsymbol{G}_y$；$\alpha_i$：固有値，$P_i$：射影子$\in R^{2n\times 2n}$

この(6)式によって入力が解析的関数であれば数学的に時間積分ができる。これは例えば周期関数の入力があって無限時間経過した場合などの計算に適している。[参照v)本人執筆部分] また，$Gy(t)$が数式記述できないような不規則入力であれば，まず時間的離散データになおし，そのうちの二点間を線型補間するか，階段関数補間するかによって有用な時間積分公式を作っておくことができる。前者については次のようになる。[参照iv)]

$$\boldsymbol{Y}(k\Delta t)=\boldsymbol{\phi}(\Delta t)\cdot\boldsymbol{Y}((k-1)\Delta t)+U_0\cdot\boldsymbol{G}y^*((k-1)\Delta t)+U_1\boldsymbol{G}y^*(k\Delta t)\quad\cdots\cdots(7)$$

ここに $U_0=\sum_{i=1}^{2n}P_i\cdot a_{i0}$ ， $U_1=\sum_{i=1}^{2n}P_i\cdot a_{i1}$

ただし

$$a_{i0}=-\frac{1}{\Delta t}\left(\frac{1}{\alpha_i}\right)^2e^{\alpha_i\Delta t}+\frac{1}{\Delta t}\left(\frac{1}{\alpha_i}\right)^2+\left(\frac{1}{\alpha_i}\right)e^{\alpha_i\Delta t},\qquad a_{i1}=\frac{1}{\Delta t}\left(\frac{1}{\alpha_i}\right)^2e^{\alpha_i\Delta t}-\frac{1}{\Delta t}\left(\frac{1}{\alpha_i}\right)^2-\left(\frac{1}{\alpha_i}\right)$$

後者の入力に対しては次のようになる。

$$\boldsymbol{Y}(k\Delta t)=\boldsymbol{\phi}(\Delta t)\cdot\boldsymbol{Y}((k-1)\Delta t)+U_u\cdot\boldsymbol{G}y^*(k\Delta t)\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(8)$$

ここに

$$U_u=\int_{(k-1)\Delta t}^{k\Delta t}\sum_{i=1}^{2n}P_i\cdot e^{\alpha_i(k\Delta t-\tau)}d\tau=\sum_{i=1}^{2n}P_i\cdot\left(\frac{1}{\alpha_i}\right)\left(e^{\alpha_i\cdot\Delta t}-1\right)$$

また，近似差分解であるクランクニコルソンスキームとは，[参照iv)]

$$\boldsymbol{Y}(k\Delta t)=(My/\Delta t-Cy)^{-1}(My/\Delta t)\cdot\boldsymbol{Y}((k-1)\Delta t)+(My/\Delta t-Cy)^{-1}\boldsymbol{G}y(k\Delta t)\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(9)$$

である。(7),(8)式は固有値解析をしなければならないし，(9)式も逆行列の計算をしなければならない。従って，これらのシステムより次数の小さい近似システム方程式を作る方法が有用になってくる。これは次のように行えばよい。全節点を主節点と従節点に分け，後者の前者に対する従属関係をつくる。各状態ベクトルを主節点のみによって表わし，もとの(3),(4)式に代入し方程式誤差関数を作る。誤差の分布の重み関数として時間関数の各状態ベクトルをとり，これらの積の重みつき残差を時間領域で積分したものを0とおく。こうして次数の縮小した近似システムが得られる。[参照v)本人執筆分]

4. 具体例　気泡コンクリートで厚みが約30 mmの平板について松本らが物性値を与えている。[参照vi)] この物性値を使って計算した例を載せる。計算モデルは厚み方向に8等分割し各セグメントの中心に節点を設ける。まず節点番号1番の側の空気温度を底辺0.10hrで20℃から30℃へ上る二等辺三角形パルスの励振にしてその湿度の過渡応答を1, 4, 8の節点について描くとFig1である。また，こんどは同じ側の空気湿度を底辺0.05hrで0.004kg/kg′から0.013kg/kg′に上る長方形パルスの励振にして温度の過渡応答をFig2に示す。次に熱水分の相互影響を無視した場合と比べてみる。入力は片側空気温度が20℃から30℃に上る単位関数である。Fig3からわかるように熱伝導のみのシステムはすぐにあたたまりやすく，定常に近づくにつれ差は小さくなる。また，差分解と比較したものはFig4である。上側を行くのが(8)式によるものであり，下側を行くのが(9)式によるものである。このとき$\Delta t=0.25$hrである。この差は入力が急変している時間区間で，また，Δtが長いほど大きくなることがわかる。

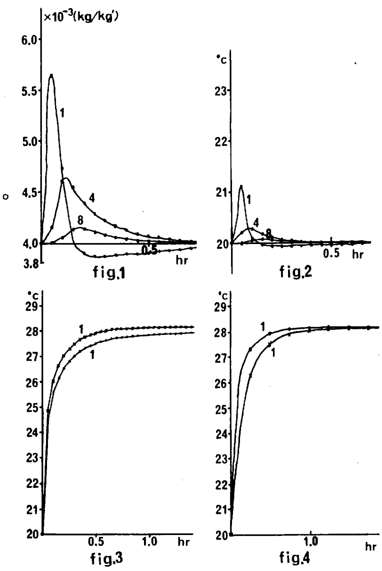

fig.1　fig.2　fig.3　fig.4

5. 結語　当現象に関しても常微分方程式の近似システムにする方法としてC.V.法，空間差分法，有限要素法のいずれをとろうとも最終的なシステム方程式として普遍的な形の(5)式に帰着させることができ，その汎用的な方程式作成方法に回路網の概念を，また，時間積分法には(7),(8)式のような合理的な方法が提案できる。さらにシステムの内部パラメーターの決定方法については，まず状態推定問題と同定問題の二つを解決する必要があると思われるが，後者に対しては伝達関数法的[参照vii)]に処理するのではなく，状態空間法的に対処する方がうまくいくと思われるので，これは別の機会に別の物理的状態量に関連して発表したい。

6. 文献

i) 1976，建築学会全国大会「熱回路網数値解析法による自然空調に関する研究」木村，奥山　ii) 1981，建築学会全国大会「蓄熱槽の数値解析」奥山　iii) 1965-9，建築学会論文報告集，号外「吸放湿に及ぼす吸着熱の影響」前田，松本，その他　iv) 1978-7，建築学会論文報告集「建築物の熱回路系における推移行列と射影分解による時間数値積分公式」奥山，木村　v) S.57-3通産省工技院委託「省エネルギ　用建材及び設備等の標準化に関する調査研究報告書」建材試験センター　vi) 1981-4，建築学会論文報告集「ハイグロスコピック領域での気泡コンクリートの吸放湿性状」松本，松下　vii) 1976，建築学会全国大会「線形熱湿気同時移動方程式のパラメーター推定法について」古田，中尾，宮脇　viii)「マトリックス有限要素法」O.C.ツイエンキーヴイッツ（培風館）その他，なお当梗概は，清水建設研究所.所内報告書「熱水分同時移動の解析法について」(奥山) 1982-1の要約である。（清水建設㈱研究所）