不偏推定を考慮した拡散システム同定理論と事例検討

A Diffusion System Identification Theory with a Consideration Given to an Unbiased Estimate, and Its Application to a Case Study

正 会 員　○奥 山　博 康（清水建設）　　正 会 員　　大 西　由 哲（清水建設）
Hiroyasu OKUYAMA*[1]　Yoshinori ONISHI*[1]
*[1]　Shimizu Corporation

Synopsis: In the early diffusion system identification theory by the author, for example in a multi-zonal air flow rates measurement, the constraint equations such as airflow rate balance had been embedded into the tracer gas mass flow balance equations. However, to impose non-negativity on the parameters to be estimated, the regression equation was modified by coupling these constraint equations in parallel to the gas mass flow balance equation. To evaluate the uncertainty statistically, a ratio of index discrepancy from the modeling premises was devised. However, contributions to the least squares from these two coupled regression equations have different magnitudes because of the different physical units, and produces an unfavorable effect on the identification precision. Therefore, to realize an unbiased estimate, the author introduced a set of weighting matrices. These improvements were verified by applying the theory to a case study that performed simulated measurements of the building heat loss coefficient and air infiltration performance.

１．はじめに

建物の熱損失特性，日射熱取得特性や多数室換気の現場測定では，変動する気象条件に曝され定常の仮定が成立し難い．また測定点数に比べて推定するパラメータの個数は多く決定論的に求めるのは難しい．従って変動する測定データから統計的にパラメータを推定するシステム同定理論が必要となる．また筆者の拡散系のシステム同定理論では不確かさの統計的評価をするモデル前提の不適合率と呼ぶ指標を考案した [1]．なお初期の理論 [2]では，風量収支等の拘束条件はガス質量収支式に組み込んでいた．しかし拘束条件式をトレーサガス質量収支式の下の行に追加連立させた回帰式に修正してからは，これらの異なる保存則による回帰式間では最小二乗に寄与する大きさに違いが生じ，同定精度に悪影響が出る場合があることが分かった．そこで不偏推定とする重みマトリックス [2]を復活して導入することで改良した．さらにこれらの改良の効果を，建物の熱損失係数と隙間風性能に関する摸擬測定の事例で検証した．

２．パラメータの観測方程式

拡散系の空間的離散化モデルの骨組みは一般に(1)式の完全連結システムの節点方程式で記述できる．これにより状態方程式とも呼ぶ連立常微分方程式(2)が構成される．ここに x_j，$m_{i,j}$，$c_{i,j}$，$r_{i,j}$ は各々，節点 j の温度等の拡散ポテンシャル，節点 i に関する一般化容量，節点 j から節点 i への一般化コンダクタンス，熱流等の発生源 j から節点 i への自由入力係数である．また n は未知数扱いの，no は既知数扱いの節点数，ng は発生源の総数である．

$$\sum_{j=1}^{n} m_{i,j}\cdot\dot{x}_j=\sum_{j=1}^{n+no} c_{i,j}\cdot(x_j-x_i)+\sum_{j=1}^{ng} r_{i,j}\cdot g_j \quad (1)$$

$$\mathbf{M}\cdot\dot{\mathbf{x}}=\mathbf{C}\cdot\mathbf{x}+\mathbf{C_o}\cdot\mathbf{x_o}+\mathbf{R}\cdot\mathbf{g} \quad (2)$$

この(2)式を次のパラメータの観測方程式(3)に変形する．一つの節点まわりには既知パラメータが少なくとも一個あるとし，変数 x_j か g_j との積によって作られる項は左辺の $\mathbf{y}$ の中に移項する．また被同定パラメータ $m_{i,j}$，$c_{i,j}$，$r_{i,j}$ によるベクトルを $\mathbf{m}$, $\mathbf{c}$, $\mathbf{r}$ として，これに係るマトリックスは $\mathbf{D}$, $\mathbf{X}$，$\mathbf{G}$ と定める．これらをまとめてサイズ na の $\mathbf{a}$ と $n\times na$ の $\mathbf{Z}$ を定める．

$$\mathbf{y}=\mathbf{D}(\dot{x}_i)\cdot\mathbf{m}+\mathbf{X}(x_i)\cdot\mathbf{c}+\mathbf{G}(g_i)\cdot\mathbf{r}=\left[\mathbf{D},\mathbf{X},\mathbf{G}\right]\cdot\begin{bmatrix}\mathbf{m}\\ \mathbf{c}\\ \mathbf{r}\end{bmatrix}=\mathbf{Z}\cdot\mathbf{a} \quad (3)$$

測定時間間隔 Δt，総測定時点数は nt で測定期間は T とする．(k-1)Δt から kΔt までの線形補間積分により次式の $\boldsymbol{y}_k$，$\boldsymbol{Z}_k$ を定義し(6)をパラメータの観測方程式とする．

$$\mathbf{y}_k=\int_{(k-1)\Delta t}^{k\Delta t}\mathbf{y}\,dt \quad (4) \qquad \mathbf{Z}_k=\int_{(k-1)\Delta t}^{k\Delta t}\mathbf{Z}\,dt \quad (5) \qquad \mathbf{y}_k=\mathbf{Z}_k\cdot\mathbf{a} \quad (6)$$

３．最小二乗法の二重適用による解式

前述の(6)式の左辺から右辺を引いた方程式誤差を ${}_n\mathbf{e}_k$ として ${}^t{}_n\mathbf{e}_k\cdot{}_n\mathbf{e}_k$ を全時間総和して，$\mathbf{a}$ による微分で最小二乗の停留条件を記述すれば(7)式となる．そして(11)式で拘束条件式を加え再度施す最小二乗における方程式誤差 $\mathbf{e}_a$ に関する(8)式が記述できる．

$$\sum_{k=1}^{nt}{}^t\mathbf{Z}_k\cdot\mathbf{Z}_k\cdot\mathbf{a}=\sum_{k=1}^{nt}{}^t\mathbf{Z}_k\cdot\mathbf{y}_k \quad (7) \qquad \mathbf{e}_a=\sum_{k=1}^{nt}{}^t\mathbf{Z}_k\cdot\mathbf{y}_k-\sum_{k=1}^{nt}{}^t\mathbf{Z}_k\cdot\mathbf{Z}_k\cdot\mathbf{a} \quad (8)$$

パラメータ間には，流量収支，伝導の対称性，伝導率等の上位のパラメータへ回帰する n_s 本の拘束条件式が存在するとする．これらは線形関係式であるから，マトリックス $\mathbf{S}$ とベクトル $\mathbf{d}$ によって(9)式で表現される．この方程式誤差を $\mathbf{e}_s$ とする．

$$\mathbf{S}\cdot\mathbf{a}=\mathbf{d} \quad (9) \qquad \mathbf{e}_s=\mathbf{d}-\mathbf{S}\cdot\mathbf{a} \quad (10)$$

(8)式と(10)式を束ねて次式の複合回帰方程式誤差 $\mathbf{e}$ を定義する．次式で簡単化のためにベクトル $\mathbf{b}$ とマトリックス $\mathbf{F}$ を定める．

$$\mathbf{e}=\begin{bmatrix}\mathbf{W}_z\cdot\mathbf{e}_a\\ \mathbf{W}_s\cdot\mathbf{e}_s\end{bmatrix}=\mathbf{b}-\mathbf{F}\cdot\mathbf{a} \quad (11)$$

$$\mathbf{b}=\begin{bmatrix}\mathbf{W}_z\cdot\sum_{k=1}^{nt}{}^t\mathbf{Z}_k\cdot\mathbf{y}_k\\ \mathbf{W}_s\cdot\mathbf{d}\end{bmatrix} \quad (12) \qquad \mathbf{F}=\begin{bmatrix}\mathbf{W}_z\cdot\sum_{k=1}^{nt}{}^t\mathbf{Z}_k\cdot\mathbf{Z}_k\\ \mathbf{W}_s\cdot\mathbf{S}\end{bmatrix} \quad (13)$$

ここで導入したのが不偏推定をするための重みマトリックス $\mathbf{W}_z$ と $\mathbf{W}_s$ である．$\mathbf{W}_z$ は $\Sigma\,{}^t\mathbf{Z}_k\cdot\mathbf{Z}_k$ (na×na)の各 i 行の最大絶対値を探して逆数を $\mathbf{W}_z$ の i 列に代入する．ただし $\Sigma\,{}^t\mathbf{Z}_k\cdot\mathbf{Z}_k$ のある行が全て 0 の場合もあるので，その行はスキップする．故に $\mathbf{W}_z$ のサイズは一般に na より小さい nz で(nz×na)となる．同様だが $\mathbf{W}_s$ のサイズは常に(ns×ns)である．

これらの $\mathbf{W}_z$ と $\mathbf{W}_s$ を乗じることで(11)式の各行から最小二乗へ寄与が同程度になる．二重の最小二乗による解式が(14)式となる．また推定パラメータの不確かさ分散共分散マトリックス $\mathbf{\Lambda}_a$ は, 方程式誤差の期待値マトリックスからの伝搬として計算すれば(15)式が得られる．

$$\hat{\mathbf{a}} = \left({}^t\mathbf{F}\cdot\mathbf{F}\right)^{-1}\cdot\left({}^t\mathbf{F}\cdot\mathbf{b}\right) \quad (14)$$

$$\mathbf{\Lambda}_a = \left({}^t\mathbf{F}\cdot\mathbf{F}\right)^{-1}\cdot\left({}^t\mathbf{F}\cdot E(\mathbf{e}\cdot{}^t\mathbf{e})\cdot\mathbf{F}\right)^t\left\{\left({}^t\mathbf{F}\cdot\mathbf{F}\right)^{-1}\right\} \quad (15)$$

(15)式の方程式誤差期待値マトリックスは，共分散を 0 とみなせば次式となる．

$$E(\mathbf{e}\cdot{}^t\mathbf{e}) = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_z\cdot E(\mathbf{e}_a\cdot{}^t\mathbf{e}_a)\cdot{}^t\mathbf{W}_z & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{W}_s\cdot E(\mathbf{e}_s\cdot{}^t\mathbf{e}_s)\cdot{}^t\mathbf{W}_s \end{bmatrix} \quad (16)$$

右辺の不確かさ期待値 E( )は二通り定義でき，以降で方程式残差からのものには添え字 r (residue)を，測定不確かさからのものには m(measurement)を付けて表わすことにする．

４．方程式残差からの不確かさ伝播と決定係数

(6)式の残差は次の(17)式で計算され，その期待値マトリックスは(18)式で計算される．

$$\mathbf{v}_k = \mathbf{y}_k - \mathbf{Z}_k\cdot\hat{\mathbf{a}} \quad (17)$$

$$E(\mathbf{v}_k\cdot{}^t\mathbf{v}_k) = \frac{1}{nt-na}\,diag\sum_{k=1}^{nt}\mathbf{v}_k\cdot{}^t\mathbf{v}_k \quad (18)$$

これにより $\mathbf{e}_a$ の期待値マトリックスは(19)式で計算され，これを適用した場合の $\mathbf{\Lambda}_a$ を ${}_r\mathbf{\Lambda}_a$ とする．単に nt で割らないのは，na の分だけ自由度を下げたからである．次に決定係数の算出に必要な残差二乗和は(20)式で計算される．

$$E_r(\mathbf{e}_a\cdot{}^t\mathbf{e}_a) = diag\sum_{k=1}^{nt}{}^t\mathbf{Z}_k\cdot E(\mathbf{v}_k\cdot{}^t\mathbf{v}_k)\cdot\mathbf{Z}_k \quad (19)$$

$$s(\hat{\mathbf{a}}) = \sum_{k=1}^{nt}{}^t\mathbf{v}_k\cdot\mathbf{v}_k = \sum_{k=1}^{nt}{}^t\left(\mathbf{y}_k-\mathbf{Z}_k\cdot\hat{\mathbf{a}}\right)\cdot\left(\mathbf{y}_k-\mathbf{Z}_k\cdot\hat{\mathbf{a}}\right) \quad (20)$$

総変動は次の(21)式で計算される．さらにこれらの残差二乗和と総変動から決定係数は次の(22)式で計算される．

$$Sy = \sum_{k=1}^{nt}{}^t(\mathbf{y}_k-\overline{\mathbf{y}}_k)\cdot(\mathbf{y}_k-\overline{\mathbf{y}}_k) = \sum_{k=1}^{nt}{}^t\mathbf{y}_k\cdot\mathbf{y}_k - \frac{1}{nt}\cdot\left(\sum_{k=1}^{nt}{}^t\mathbf{y}_k\right)\cdot\left(\sum_{k=1}^{nt}\mathbf{y}_k\right) \quad (21)$$

$$COD = 1-\frac{s(\hat{\mathbf{a}})}{Sy} \quad (22)$$

拘束条件式の $E_r(\mathbf{e}_s\cdot{}^t\mathbf{e}_s)$ (ns×ns)は次式で計算する．

$$E_r(\mathbf{e}_s\cdot{}^t\mathbf{e}_s) = \left(\mathbf{d}-\mathbf{S}\cdot\hat{\mathbf{a}}\right)^t\left(\mathbf{d}-\mathbf{S}\cdot\hat{\mathbf{a}}\right) \quad (23)$$

前述の(19)と(23)式を(16)式に代入して次式が得られる．

$$E_r(\mathbf{e}\cdot{}^t\mathbf{e}) = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_z\cdot E_r(\mathbf{e}_a\cdot{}^t\mathbf{e}_a)\cdot{}^t\mathbf{W}_z & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{W}_s\cdot E_r(\mathbf{e}_s\cdot{}^t\mathbf{e}_s)\cdot{}^t\mathbf{W}_s \end{bmatrix} \quad (24)$$

これが(15)式に代入されて次の様に方程式残差起源の同定パラメータ不確かさ分散が得られる．

$${}_r\mathbf{\Lambda}_a = \left({}^t\mathbf{F}\cdot\mathbf{F}\right)^{-1}\cdot\left({}^t\mathbf{F}\cdot E_r(\mathbf{e}\cdot{}^t\mathbf{e})\cdot\mathbf{F}\right)^t\left\{\left({}^t\mathbf{F}\cdot\mathbf{F}\right)^{-1}\right\} \quad (25)$$

５．測定不確かさからの伝播

ガス濃度やガス発生量の測定不確かさ分散から推定パラメータへの不確かさ伝播を記述する．いま x_i と g_i の測定値が瞬時的な観測不確かさ分散 σ_x^2 と σ_g^2 を持つとする．これらの x_i と g_i を Δt の区間で積分した値と増分を時系列方向に総和して用いるが x_i と g_i に関する Δt 積分の不確かさ分散 ${}_s\sigma_x^2$, ${}_s\sigma_g^2$ や，増分計算結果の不確かさ分散 ${}_b\sigma_x^2$ は，不確かさ伝播則により次の様に計算される．

$${}_b\sigma_{xi}^2 = 2\cdot\sigma_{xi}^2 \quad (26)$$

$${}_s\sigma_{xi}^2 = (1/2)\cdot\Delta t^2\cdot\sigma_{xi}^2 \quad (27) \qquad {}_s\sigma_{gi}^2 = (1/2)\cdot\Delta t^2\cdot\sigma_{gi}^2 \quad (28)$$

ここで測定データのベクトルと，これらが持つ不確かさ分散ベクトルを次のように定義する．

$${}_b\mathbf{x}_k = {}^t\left({}_bx_{1k},\cdots,{}_bx_{nk}\right) \quad (29) \qquad {}_b\boldsymbol{\sigma}_k = {}^t\left({}_b\sigma_{x1},\cdots,{}_b\sigma_{xn}\right) \quad (30)$$

$${}_s\mathbf{x}_k = {}^t\left({}_sx_{1k},\cdots,{}_sx_{nk},\cdots,{}_sx_{n+no,k}\right) \quad (31)$$

$${}_s\boldsymbol{\sigma}_x = {}^t\left({}_s\sigma_{x1},\cdots,{}_s\sigma_{xn},\cdots,{}_s\sigma_{xn+no}\right) \quad (32)$$

$${}_s\mathbf{g}_k = {}^t\left({}_sg_{1k},\cdots,{}_sg_{ngk}\right) \quad (33) \qquad {}_s\boldsymbol{\sigma}_g = {}^t\left({}_s\sigma_{g1},\cdots,{}_s\sigma_{gng}\right) \quad (34)$$

${}_b\mathbf{x}_k$, ${}_s\mathbf{x}_k$, ${}_s\mathbf{g}_k$ は各々真値に不確かさ ${}_b\mathbf{s}_{xk}$, ${}_s\mathbf{s}_{xk}$, ${}_s\mathbf{s}_{gk}$ が加わったものと見なす．パラメータの推定不確かさ原因は x_j と g_j の測定不確かさだけとすれば，真値の x_j と g_j は状態方程式誤差を 0 にする．従って(2)式等から次式が記述できる．

$$\begin{aligned}{}_n\boldsymbol{\varepsilon}_k &= -\mathbf{M}\cdot{}_b\mathbf{x}_k + \left[\mathbf{C}\quad\mathbf{C_o}\right]_s\mathbf{x}_k + \mathbf{R}\cdot{}_s\mathbf{g}_k \\ &\quad -\mathbf{M}\cdot{}_b\mathbf{s}_{xk} + \left[\mathbf{C}\quad\mathbf{C_o}\right]_s\mathbf{s}_{xk} + \mathbf{R}\cdot{}_s\mathbf{s}_{gk}\end{aligned} \quad (35)$$

状態方程式誤差が x_j と g_j の測定不確かさだけに起因するとすれば, 方程式誤差 ${}_n\boldsymbol{\varepsilon}_k$ の期待値マトリックスは次式で計算される．ここに不確かさ ${}_b\mathbf{s}_{xk}$, ${}_s\mathbf{s}_{xk}$, ${}_s\mathbf{s}_{gk}$ の間での共分散は 0 であることと，これら３つのベクトル内の要素間の共分散も 0 である性質を用いた．

$$\begin{aligned}E({}_n\boldsymbol{\varepsilon}_k\cdot{}_n^t\boldsymbol{\varepsilon}_k) &= diag\Big(\mathbf{M}\cdot E({}_b\mathbf{s}_{xk}\cdot{}_b{}^t\mathbf{s}_{xk})\cdot{}^t\mathbf{M} \\ &\quad +\left[\mathbf{C},\mathbf{C_o}\right]\cdot E({}_s\mathbf{s}_{xk}\cdot{}_s{}^t\mathbf{s}_{xk})\cdot{}^t\left[\mathbf{C},\mathbf{C_o}\right] + \mathbf{R}\cdot E({}_s\mathbf{s}_{gk}\cdot{}_s{}^t\mathbf{s}_{gk})\cdot{}^t\mathbf{R}\Big) \\ &= diag\Big(\mathbf{M}\cdot diag({}_b\boldsymbol{\sigma}_x\cdot{}_b{}^t\boldsymbol{\sigma}_x)\cdot{}^t\mathbf{M} \\ &\quad +\left[\mathbf{C},\mathbf{C_o}\right]\cdot diag({}_s\boldsymbol{\sigma}_x\cdot{}_s{}^t\boldsymbol{\sigma}_x)\cdot{}^t\left[\mathbf{C},\mathbf{C_o}\right] + \mathbf{R}\cdot diag({}_s\boldsymbol{\sigma}_g\cdot{}_s{}^t\boldsymbol{\sigma}_g)\cdot{}^t\mathbf{R}\Big)\end{aligned} \quad (36)$$

これにより次式が計算される．

$$E_m(\mathbf{e}_a\cdot{}^t\mathbf{e}_a) = diag\sum_{k=1}^{nt}{}^t\mathbf{Z}_k\cdot E({}_n\boldsymbol{\varepsilon}_k\cdot{}_n^t\boldsymbol{\varepsilon}_k)\cdot\mathbf{Z}_k \quad (37)$$

また拘束条件式誤差の期待値マトリックスは方程式誤差の原因が測定不確かさだけならば 0 であるので次式が記述できる．

$$E_m(\mathbf{e}_s\cdot{}^t\mathbf{e}_s) = E\left\{\left(\mathbf{d}-\mathbf{S}\cdot\hat{\mathbf{a}}\right)^t\left(\mathbf{d}-\mathbf{S}\cdot\hat{\mathbf{a}}\right)\right\} = \mathbf{0} \quad (38)$$

(16)式に(37)と(38)式を代入して次式がえられる．

$$E_m(\mathbf{e}\cdot{}^t\mathbf{e}) = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_z\cdot E_m(\mathbf{e}_a\cdot{}^t\mathbf{e}_a)\cdot{}^t\mathbf{W}_z & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (39)$$

これにより測定不確かさからの推定パラメータの分散共分散マトリックス ${}_m\mathbf{\Lambda}_a$ が計算される．

$${}_m\mathbf{\Lambda}_a = \left({}^t\mathbf{F}\cdot\mathbf{F}\right)^{-1}\cdot\left({}^t\mathbf{F}\cdot E_m(\mathbf{e}\cdot{}^t\mathbf{e})\cdot\mathbf{F}\right)^t\left\{\left({}^t\mathbf{F}\cdot\mathbf{F}\right)^{-1}\right\} \quad (40)$$

６．システム同定モデル前提の不適合率

線形性，時不変性，空間離散化近似等の同定モデルの前提が，どの程度実現象で成り立っているかの判断を，この ${}_m\mathbf{\Lambda}_a$ に対して ${}_r\mathbf{\Lambda}_a$ の大きさを比較することによって行うことができる．ここで ${}_m\mathbf{\Lambda}_a$ の j 番目の対角要素を ${}_m\sigma_{\lambda jj}^2$ で，${}_r\mathbf{\Lambda}_a$ の j 番目の対角要素を ${}_r\sigma_{\lambda jj}^2$ で表す．これらの対角要素の平方根をとって，次式の比率 β を定義する．全ての対角要素についての β を平均化したものはモデル前提の不適合率と呼ぶことにする．

$$\beta_j = \frac{{}_r\sigma_{\lambda j,j}}{{}_m\sigma_{\lambda j,j}} \quad (41) \qquad \overline{\beta} = \frac{1}{na}\sum_{j=1}^{na}\beta_j \quad (42)$$

このモデル前提の不適合率が大きい場合には測定の条件やシステムモデルに実現象と構造的食い違いがあると考えられるので修正する必要がある．

７．模擬測定値生成モデルとシステム同定モデル

２階建て２室のモデルで多数室換気測定と熱性能測定の模擬測定値を生成した．建物の壁体と窓は表１に示す仕様で，図１に示す様な構造の熱･換気回路網モデルを作り，表１に示すトレーサガス断続供給，矩形波または三角波の電熱ヒータ加熱と東京の標準気象データにより，計算機シミュレーションプログラムNETSを用いて冬季３日間の摸擬測定値を得た．また熱コンダクタンスは同じで壁体節点の熱容量を木造系の2.5倍としたRC系建物モデルも作り摸擬測定値を生成した．これら測定誤差が無い模擬測定値の他に，測定不確かさ標準偏差を仮定し，乱数発生による意図的誤差を加えた模擬測定値も用意した．

表１　摸擬測定値生成モデルの仕様

構成材料の厚みと熱伝導率

壁	構造用合板9mm　λ0.186(W/mK) 断熱材100mm　λ0.04 (W/mK) 構造用合板9mm　λ0.186(W/mK)
屋根	構造用合板15mm λ0.186(W/mK) 断熱材150mm　λ0.04 (W/mK)
1階床	構造用合板15mm λ0.186(W/mK) 断熱材100mm　λ0.04 (W/mK)
2階床	構造用合板9mm　λ0.186(W/mK) 空気層 (ｺﾝﾀﾞｸﾀﾝｽ)4.65 (W/m²K) 構造用合板3mm　λ0.186(W/mK)
窓	透明3mmの複層ガラスと和障子

電熱ヒータ2kw発熱，矩形波または三角波（夜間のみ）
3時間発熱･3時間停止の断続24時間周期

1階	夜間	18:00-21:00　0:00-3:00　6:00-9:00
2階		21:00-0:00　3:00-6:00

ガス3.5mg/s発生（午前と午後の２回）
15分放散し2時間15分停止の断続

1階	午前	0:00-0:15	2:30-2:45	5:00-5:15
	午後	12:00-12:15	14:30-14:45	17:00-17:15
2階	午前	1:15-1:30	3:45-4:00	6:15-6:30
	午後	13:15-13:30	15:45-16:00	18:15-18:30

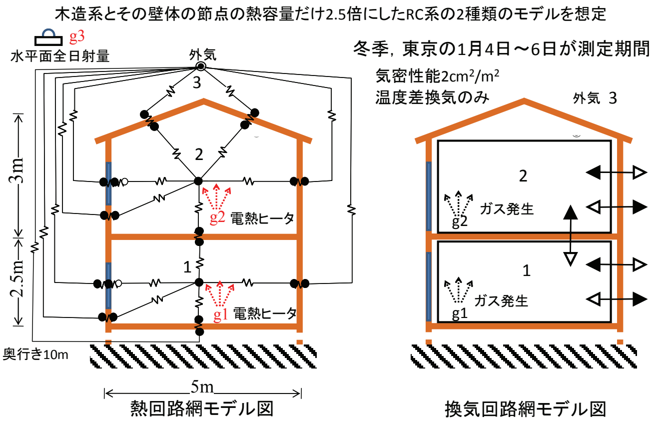
測定機器の不確かさ標準偏差σ

	伝熱系同定ﾓﾃﾞﾙ	ｶﾞｽ拡散系同定ﾓﾃﾞﾙ
濃度/温度測定σ	0.01(℃)	0.2(mg/m³)
ｶﾞｽ発生/ﾋｰﾀ発熱σ	0.7(W)	0.012(mg/s)

２種のシステム同定モデルは図２に示す．トレーサガス拡散系では摸擬測定値生成モデルと同様な２節点モデルとする．一方実際の建物温度測定では壁体内部の測定は難しいこと等から実用上は室温測定値だけになると思われるのでシステム同定モデルは２節点モデルとした可能性を探った．また換気による移流の一般化熱コンダクタンスc_{ij}は非対称性を持つので，伝熱系でも非対称のc_{ij}として同定するのが理想的である．移流分は換気測定から分かるとすれば貫流分は差し引きから求められるはずである．しかし実際試みたところ様々な誤差原因により不合理な結果になったので対称性の拘束をc_{ij}に与えた．

換気測定期間は１月４日の０時～６時とした．換気量は気象条件と室温変化により変化するが，システム同定結果はその期間平均風量が求められるので，比較すべき真値も同じく期間平均値とした．一方，被同定一般化熱コンダクタンスは摸擬測定値生成モデルから関連のc_{ij}を直列結合と並列和とした貫流分に前述の換気移流分を加えて真値とした．日射加熱係数と呼ぶr_{ij}は水平面全日射量から室空気加熱量への変換係数であるが，この真値は定め難い．そこで表３に注釈した様に，0℃一定とした外気に等しく室温を保つための非定常熱負荷と水平面全日射量の測定期間平均値の比率sg_jを参考値にした．

摸擬測定計算に用いた気象データのうち，助走期間３日間を除き，模擬測定値として用いた３日間のグラフを図３に示す．測定模擬計算には直達と拡散の日射が使われる．



時間積分は差分近似なので誤差を小さくするため時間間隔を30秒で行った．伝熱系は計算結果をそのまま測定値として用い，ガス拡散系は実際の測器の制約を考慮して，1分間隔に間引いたものを測定値とした．

図１　摸擬測定値生成モデル図

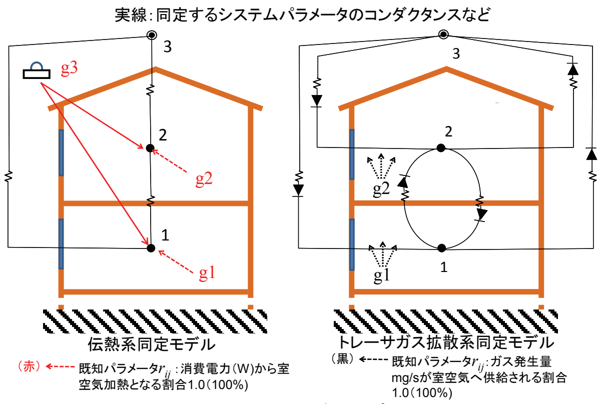


図２　システム同定モデル図

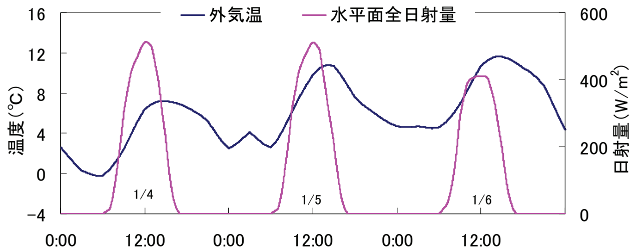


図３　気象データ

８．多数室換気測定のシステム同定の結果

多数室換気測定のシステム同定結果は表２に示す．各パラメータは測定期間で変動したわりには推定精度は良好であり，これはモデル前提の不適合率βや決定係数CODが良く評価している．表２から割愛したが比率βの分子である方程式残差起源の推定不確かさ標準偏差σの大きさも，室と外気の間の風量のσに比べ，室間の風量のσを見れば，真値からの違いを良好に評価している．ちなみにシステム同定結果のモデルによるガス濃度変化の予測計算値と測定値を比較したグラフを図４に示す．測定誤差が無い場合は良好な一致をする．測定誤差を加えた模擬測定値による室容積の推定値が小さいため，濃度の上昇と下降が早くなり，模擬測定値とズレが生じるのが分かる．

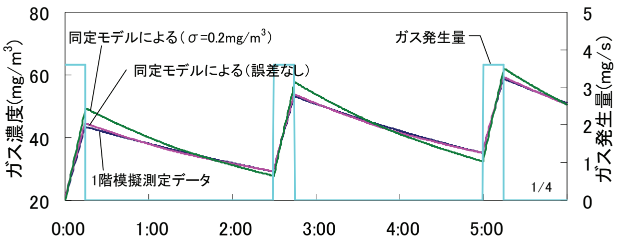


図４　換気測定ガス濃度変化の比較(1 階)

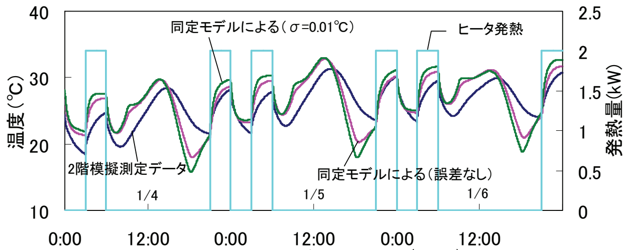


図５　木造系室温変化比較 (2 階)

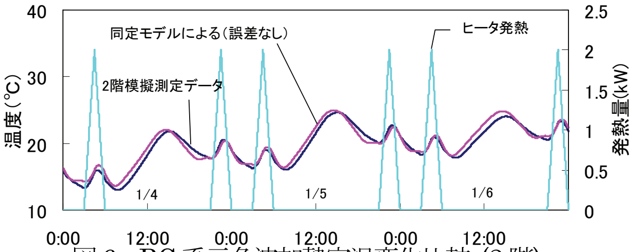


図６　RC 系三角波加熱室温変化比較 (2 階)

９．伝熱系システム同定結果

伝熱系のシステム同定モデルは実現象と構造的にかなり違っており困難な事例である．これはβが換気測定の場合に比べれば約数十倍大きいことで評価される．一方 COD はこうした評価には鈍感である．システム同定で得られたモデルで予測計算した室温変動と模擬測定値を比較したグラフを，図５には木造系モデルの場合を，図６には RC 系モデルで三角波励振加熱の場合を示す．前者は測定値とかなりの違いを見せているが，後者は比較的良好な一致をしており，有効熱容量の推定値も比較的妥当と思われる．矩形波に比べ三角波はゆっくり昇温するのが理由と思われる．ただし測定誤差の悪影響は受けやすくなるので 30 秒間隔の測定値を５分間の移動平均をとり滑らかにすれば著しく改善される．表３には個々の $c_{i,j}$ の真値と推定値および各種不確かさ評価指標を示す．摸擬測定値生成モデルの熱損失係数の真値は 0.89 であるが，システム同定結果は，熱容量の影響か，少し小さめの推定結果となっている．

１０．結語

考案したシステム同定理論と計算プログラム SPID の妥当性を検証した．実現象とシステム同定モデルの前提が多少異なる場合も励振の工夫等で良い同定結果が得られる．

〈謝辞〉　日本工業検査の益子智久氏には計算プログラム修正等で御世話になりました．

参 考 文 献

1) 奥山博康，「統計的信頼性評価法を持つ拡散系システム同定理論」，日本建築学会大会学術講演梗概集（中国）2008 年９月，環境工学Ⅱ，梗概番号 41365，pp729-730

2) 奥山博康，「一般拡散システムの回路網による状態方程式とそのシステムパラメーターの同定理論」，日本建築学会論文報告集，Vol. 344，1984 年 10 月，pp103-115

表２　多数室換気測定のシステム同定結果

トレーサーガス拡散系		$c_{3,2}$	$c_{3,1}$	$c_{2,3}$	$c_{1,3}$	$c_{2,1}$	$c_{1,2}$	$m_{2,2}$	$m_{1,1}$	平均値
被同定係数の真値		23.97	9.49	10.19	22.69	13.53	0	150	125	−
システム同定結果	誤差なし	21.65	13.5	8.94	26.21	20.22	7.51	144	122	−
	σ=0.2mg/m³	29.13	8.14	10.13	27.14	22.71	3.71	96	99	−
モデル前提不適合率 β	誤差なし	0.022	0.023	0.022	0.023	0.022	0.022	0.02	0.02	0.022
	σ=0.2mg/m³	0.086	0.086	0.084	0.085	0.084	0.086	0.09	0.08	0.085
決定係数 COD	誤差なし	0.97		ci,j：室jから室iへの風量(m³/h)，ただし室3は外気を表す						
	σ=0.2mg/m³	0.73		mi,i：室iの容積(m³)						

表３　建物熱性能測定のシステム同定結果

伝熱系			$c_{3,2}$		$c_{3,1}$		$c_{2,3}$		$c_{1,3}$		$c_{2,1}$		$c_{1,2}$		$m_{2,2}$	$m_{1,1}$	Sg_2	Sg_1	β平均	Q値
被同定係数の真値			貫流	移流	貫流	移流	貫流	移流	貫流	移流	貫流	移流	貫流	移流	−	−	3.13	3.18	−	0.89
			40.6	6.90	45.7	2.73	40.6	2.93	45.7	6.53	78.2	3.90	78.2	0						
貫流と移流の合計			47.5		48.4		43.5		52.2		82.1		78.2				$r_{2,3}$	$r_{1,3}$		
システム同定結果	木造系	誤差なし	37.5		49.4		37.5		49.4		134		134		686	551	1.96	2.78	−	0.87
		σ=0.01℃	36.4		49.1		36.4		49.1		136		136		479	439	1.75	2.75	−	0.86
	RC系	矩形励振	38.4		47.5		38.4		47.5		187		187		655	476	1.91	2.33	−	0.86
		三角励振	35.6		41.4		35.6		41.4		193		193		1387	1409	2.27	1.94	−	0.77
モデル前提不適合率 β	木造系	誤差なし	1.31		1.52		1.31		1.52		1.4		1.4		1.23	1.61	1.32	1.55	1.42	−
		σ=0.01℃	2.18		2.3		2.18		2.3		2.23		2.23		2.13	2.35	2.19	2.31	2.24	−
	RC系	矩形励振	1.58		1.96		1.58		1.96		1.76		1.76		1.43	2.34	1.59	2.15	1.81	−
		三角励振	0.29		0.32		0.29		0.32		0.30		0.30		0.28	0.32	0.28	0.32	0.30	−
決定係数 COD	木造系	誤差なし	0.8				c i,j：j から i への熱コンダクタンス(W/K)，ただしc i,j=c j,iの対称性を課している　m i,i：節点iの熱容量(kJ/K)													
		σ=0.01℃	0.72				Sg j：日射熱負荷係数=(j 室温を外気と同じ0℃の一定とする日射熱非定常熱負荷期間平均)／(水平面全日射量期間平均)													
	RC系	矩形励振	0.72																	
		三角励振	0.87				r 2,3：水平面全日射量g3から2階室空気の加熱係数　r 1,3：水平面全日射量g3から1階室空気の加熱係数													