

熱交換器の管内表面における指数関数の相当熱伝達係数と適用例 Equivalent Heat Transfer Coefficient Using Exponential Function on Inner Surface of Pipe in Heat Exchangers and Application Examples

技術フェロー 奥山 博康 (神奈川大学)

Hiroyasu OKUYAMA
Kanagawa University

Synopsis: The logarithmic mean temperature difference is usually used to calculate the exchanging heat flow in heat exchangers for a given overall heat transfer coefficient and inlet and outlet temperature differences. However, this approach is not suitable for calculating all temperatures, including the outlet temperature, in thermal network models of building and equipment systems. It is known that there is an analytical solution to the ordinary differential equation of outlet temperature by using an exponential function. Based on this solution, an equivalent heat transfer coefficient on the inner surface of pipe in heat exchangers is derived. This enables us to obtain more precise outlet temperatures using a model with fewer nodes compared with a model divided into several segments along the fluid flow.

1. はじめに

従来の熱交換器の伝熱計算モデルでは、出入口の温度の対数平均温度差¹⁾と熱通過率と伝熱面積による交換熱流の関係式を用いることが多い。しかし床暖房の温水管や熱回収換気装置あるいはクールチューブ等の熱交換器と建物を一体的な熱回路網モデル²⁾にする場合は、出入口温度は線形連立方程式の未知数とすることになる。従来は管の流れ方向の流体温度変化を多分割のモデルに近似して出口温度を解いてきた。一方、流れ方向の温度変化の常微分方程式を解けば、分割しないモデルでも比較的正確な出口温度が得られる。本論ではこの解析解を利用し、熱交換器を含む熱回路網モデルを、より少ない節点数ながらも、より精度の高いものにできる、管内表面における指数関数の相当熱伝達係数を導入する。さらに三種の説明的な具体例を述べる。

2. 指数関数の相当熱伝達係数の導出

流管の断面周長は p [m]で、長さは L [m]とする。内表面の面積は $p \cdot L = S$ [m²]とする。熱伝達率は α [W/m²K]とする。管内の流体の比熱を c [J/kg·K]、密度を ρ [kg/m³]、体積流量を q [m³/s]とし、温度を θ [°C]とする。管内の表面温度は θ_s [°C]とする。流れ方向の微小長さを dl とし、温度上昇を $d\theta$ とすれば、次の熱収支式(1)が記述でき、さらに常微分方程式(2)が記述できる。

$$c\rho q \cdot \theta - c\rho q(\theta + d\theta) + p\alpha(\theta_s - \theta)dl = 0 \quad (1)$$

$$c\rho q \frac{d\theta}{dl} = \alpha p(\theta_s - \theta) \quad (2)$$

この解はよく知られており、入口温度を θ_i で表せば、出口温度 θ_e は次式(3)で記述される。ここで $\alpha S / c\rho q$ を管

内表面熱伝達対流比と呼ぶことにする。

$$\theta_e = (\theta_i - \theta_s) \exp\left(-\frac{\alpha S}{c\rho q}\right) + \theta_s \quad (3)$$

この出口温度 θ_e に至る管内の流体温度の変化は、図-1の様になる。ここに管内の流体流れ方向に、長さではなく伝達面積で表すことにして、入口から出口まで0から S とする。

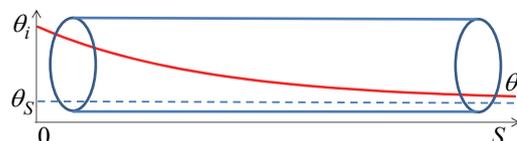


図-1 管内流体温度の変化と温度等の記号定義

こうした熱交換器の管内温度変化の熱回路網モデルとして、最も簡単なモデルは、流れ方向の温度変化を平均化した温度 θ'_e で近似する図-2の様なモデルがある。この場合は、出口温度が θ'_e とすることになる。ここにダイオード記号を持つ一般化熱コンダクタンスは、流れ方向に $c\rho q$ で、逆方向は0である。また管内表面とは一般化熱コンダクタンス αS でつながる。

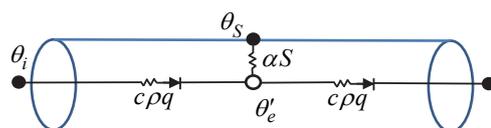


図-2 流れ方向の分割が無いモデル

さらに近似精度を良くするために、流れ方向の流体を幾つかに分割して、出口温度を求める図-3の様なモデルも用いてきた。

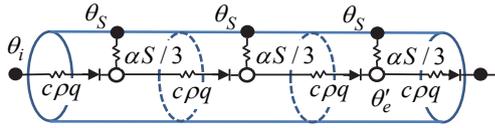


図-3 流れ方向の多分割モデル

しかし出口温度の解析解(3)式を変形して熱収支式にすることができれば、その式の温度差への係数が、管内表面相当熱伝達係数 $c_{e,s}$ として、分割しなくても熱回路網モデルで解析解の出口温度が得られるモデルができる。まず(3)式を観察し、 θ_e の係数1を次式と見なす。

$$1 = \exp\left(-\frac{\alpha S}{c\rho q}\right) + \left[1 - \exp\left(-\frac{\alpha S}{c\rho q}\right)\right] \quad (4)$$

すると(3)式は、出口温度 θ_e との温度差による次の(5)式に書き改められる。

$$\left[1 - \exp\left(-\frac{\alpha S}{c\rho q}\right)\right](\theta_s - \theta_e) + \exp\left(-\frac{\alpha S}{c\rho q}\right)(\theta_i - \theta_e) = 0 \quad (5)$$

次に θ_e の節点への移流の一般化熱コンダクタンス ²⁾を $c\rho q$ として、熱収支式の物理単位にするために、両辺に $c\rho q/\exp(-\alpha S/c\rho q)$ を乗じて、次の熱収支式(6)を得る。

$$c\rho q \left[\exp^{-1}\left(-\frac{\alpha S}{c\rho q}\right) - 1 \right] (\theta_s - \theta_e) + c\rho q(\theta_i - \theta_e) = 0 \quad (6)$$

式(6)の温度差 $(\theta_s - \theta_e)$ の係数を整理して、管内表面の相当熱伝達係数(一般化熱コンダクタンス) $c_{e,s}$ は次式で定義される。

$$c_{e,s} = c\rho q \left[\exp\left(\frac{\alpha S}{c\rho q}\right) - 1 \right] \quad (7)$$

この管内表面相当熱コンダクタンスにより図-4 の様な熱回路網モデルで解析解の出口温度 θ_e が計算できる。

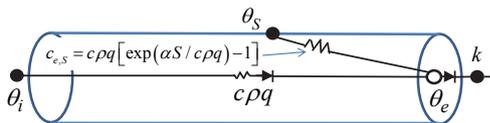


図-4 指数関数の相当熱伝達係数によるモデル

なお熱回路網の添字規約²⁾によれば $c_{e,s} = c_{s,e}$ と対称性を持つ。一方、出口から流出する流体を受ける節点を k として、 $c_{k,e} = c_{e,i} = c\rho q$ 、 $c_{e,k} = c_{i,e} = 0$ と移流については非対称性を持つ。

3. 流体温度の多分割漸化式モデル

管内の流れ方向を幾つかのセグメントに分割した場合

の其々の流体温度は、実際には未知数である入口温度と管内表面温度も含めて、全体の熱回路網の節点温度に関する連立方程式の未知数の一部として解かれる。ただしここでは、分割数による出口温度の違いを調べるため、特化した計算法を導いておく。

流れ方向に n_d 分割し、 $j+1$ 番のセグメントの熱収支式(8)を変形し、漸化式(9)が得られる。

$$c\rho q \cdot \theta_j - c\rho q \cdot \theta_{j+1} + \frac{\alpha S}{n_d} (\theta_s - \theta_{j+1}) = 0 \quad (8)$$

$$\theta_{j+1} = \left(\frac{c\rho q}{c\rho q + \frac{\alpha S}{n_d}} \right) \theta_j + \left(\frac{\frac{\alpha S}{n_d}}{c\rho q + \frac{\alpha S}{n_d}} \right) \theta_s, \quad (j=1, 2, \dots, n_d) \quad (9)$$

この(9)式の右辺第1項の括弧の中を係数 u 、第2項を w と定義して次の式が書ける。

$$\theta_{j+1} = u \cdot \theta_j + w \quad (10)$$

この種の漸化式の一般項を表す解法も知られている。分割数 n_d を増やせば一定値に近づくので、これを γ とおけば $\gamma = u \cdot \gamma + w$ で表される。この γ について解けば、 $\gamma = w/(1-u) = \theta_s$ となる。 γ は内表面と空気の熱伝達が無限に大きくなった時の究極温度 θ_s に等しい。そこで(10)式から $\theta_s = u \cdot \theta_s + w$ を辺々引けば、次の(11)式が記述できる。

$$\theta_{j+1} - \theta_s = u \cdot (\theta_j - \theta_s) \quad (11)$$

これは数列 $(\theta_j - \theta_s)$ が公比 u の等比数列になることを表している。従って次式が記述できる。

$$\begin{aligned} \theta_j - \theta_s &= u \cdot (\theta_{j-1} - \theta_s) \\ &= u^2 \cdot (\theta_{j-2} - \theta_s) = u^3 \cdot (\theta_{j-3} - \theta_s) \\ &\dots = u^j \cdot (\theta_i - \theta_s) \end{aligned} \quad (12)$$

この初項は $(\theta_i - \theta_s)$ であるから、一般に n_d 分割の場合には出口温度 θ_{n_d} は次式で計算される。

$$\theta_{n_d} = (\theta_i - \theta_s) \cdot u^{n_d} + \theta_s \quad (13)$$

これは、オイラーの指数関数の定義式により、 n_d が無限に大きくなれば、(3)式の出口温度の解析解に等しくなることが知られている。

4. 出口温度の解析解と分割離散化の近似解との比較

三種の熱交換装置の出口温度について、流れ方向を分割して求めた(13)式による近似解と、(3)式による解析解の違いを比較計算してみた。これらは、床暖房の温水管、蓄放熱利用の熱回収換気装置、そして地中熱利用のクールチューブである。

4.1 温水の床暖房

床暖房の省エネ性の検討³⁾を行ったモデルの温水パイプについて、パイプの流れ方向を多分割した場合と、ここでの相当熱伝達係数により分割しない場合の出口温度の比較を行った。全体システムの熱回路網モデルは図-5に示す。室内表面間の長波長放射伝熱モデル化の容易さから、3メートル立方体状の室空間を想定した。床を除いて各壁体の法線方向の熱流は1次元モデルとした。床の断面のモデルは図-5の右に示す。熱・換気回路網計算プログラムNETSの2次元有限要素法の部品モデルとして作成した。曲りくねり隣り合うパイプ断面の中心の間隔の左半分を部品とし、床全体の面積にする倍率を部品の全ての内部構成係数に乗じて床モデルを作った。パイプ断面は、12角形に近似した右半分だけモデル図表現している。内表面の対流伝達コンダクタンスは内表面を表す7節点に分けて与えた。

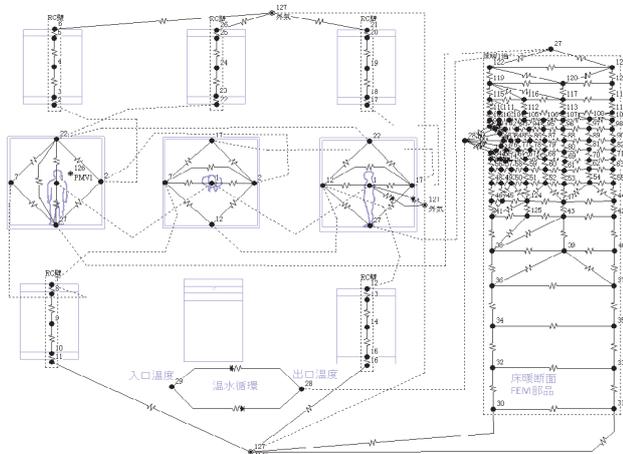


図-5 床暖房の熱回路網モデル図

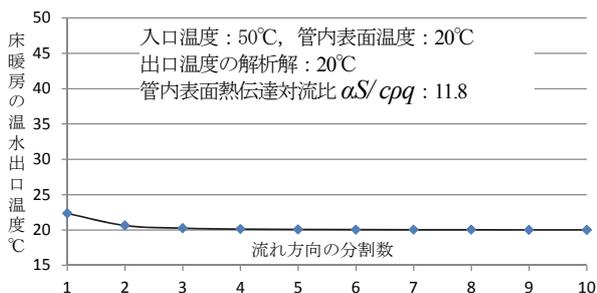


図-6 温水床暖房の分割モデルの出口温度

既製品は縦 2.4m×横 3.3m で、温水管は並列に 4 本が

敷設されるが、管の再配置で 3m 四方の床に入ると仮定した。4 本合計の流量は 1.5L/min、外径と内径は 7.2mm と 5mm、長さは 26m である。内表面積 S は 1.634m² で内表面伝達率 a は 742W/m²K とした。そして入口温度は 50°C で管内表面温度は 20°C とすると、出口温度の解析解は 20.0°C となる。温水管の流れ方向が、1 分割（無分割）から 10 分割までの分割モデルの出口温度を図-6 に示す。1~2 分割以上のモデルであれば、実用上は間に合いそうである。

4.2 熱回収換気装置

図-7 に示す様な、円筒の外形の直径が約 15cm で長さが約 20cm のセラミック製で、蜂の巣状に空気流通経路を持つ蓄放熱方式の熱回収換気装置がある。これは換気を行う室に二台取り付けられ、給・排気の交替を約 60 秒間隔で繰り返す。排気では室内空気の持つ熱が蓄熱体に蓄熱され、給気の時には放熱されて熱回収の換気が行われる。図-8 には、換気する室を模した箱の左面に付けた本装置と、箱の右面には運転の制御箱を示す。

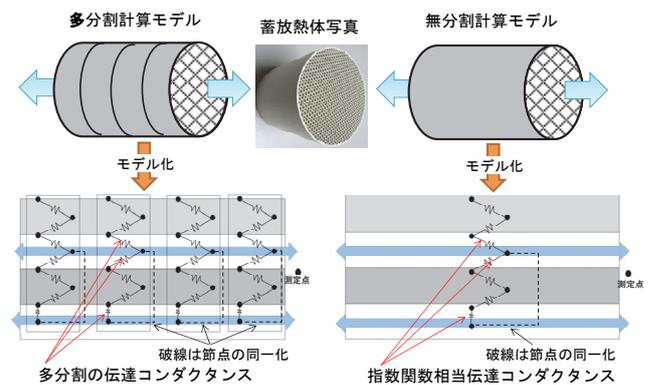


図-7 熱回収換気の蓄放熱体の多分割と無分割のモデル



図-8 蓄放熱給排気交替の熱回収換気装置の実験装置

数年来、この換気システムの予測計算法と検証実験⁴⁾を行っている。NETSの秒単位のモード変化機能を用いて給・排気の交替を模擬している。この場合は、モード変化対象の部分集合は換気回路網モデルで、変化するのは送風機の風量と向きである。またモード変化を実行するのは状態フィードバック制御ではなくスケジュール制

御となる。なお風量変化は二段階変化としたが、今後は多段階が滑らかな変化を検討する。熱回路網も図-7に示すが、蓄熱体は円筒の外側とその他の内側と二大別し、給・排気はこれらと対流熱伝達でつながっている。

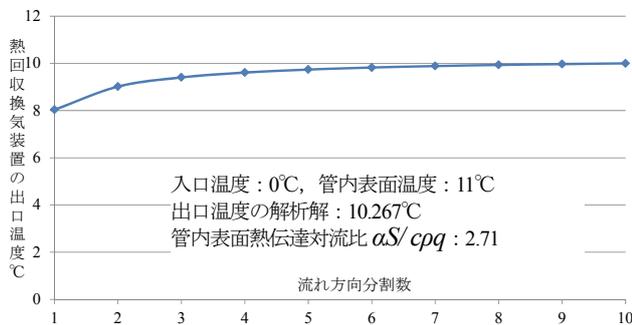


図-9 熱回収換気装置の分割モデルの出口温度

熱伝達の内表面積は約 1.65m² あり、対流熱伝達は 22W/m²K とした。風量は 40m³/h である。外気温度 0°C が入口温度で内表面温度が 11°C とすると解析解は 10.267°C となる。分割モデルの試算結果を図-9 に示す。床暖房温水管の内表面伝達対流比は 11.8 に対し、これは 2.71 と小さく、5~6 分割以上は必要と考えられる。

4.3 地中熱利用のクールチューブ

ここ数年クールチューブの涼房への可能性を熱・換気回路網計算プログラム NETS を用いて検討してきたが、涼房効果よりは、必要換気量程度の小風量の予冷を期待すべきかと考えている。昨年度は水蒸気移動のモデルも連成した熱・換気・水蒸気回路網モデルに拡張し、クールチューブ内の結露の検討を行ったところ、夏季の著しい結露が認められたので、カビの発生などの適切な評価方法も検討している。

図-10 にはクールチューブと地中伝熱の熱回路網モデルを示す。一昨年度までの建築側の換気モデルは省いて簡単化した。図-10 の左にはチューブに接する近傍の地盤を有限要素法で部品モデルしたものを描いている。図-10 の右には、この部品モデルにつながるさらに周辺の大きな地中伝熱領域の有限体積法モデルを描いている。チューブ近傍の部品と、周辺の大きな地盤伝熱領域は一般化熱コンダクタンスでつなげている。地中深くに温度不易層の規定温度境界条件を与えず、未知数温度の境界条件とするため、十分に年間変動が小さくなる深さを、十数年の伝熱計算を行い求めた。また土壌の初期温度分布の仮定値の影響が無くなり、十分な周期定常に達する年数の助走計算を行って初期温度分布を与えた。図-10 のクールチューブ内にある 5 節点はチューブ内の、流れ方向の分割ではなく、円周方向の分割に対応している。

ここでの適用例も小部屋の換気 40m³/h の予冷用のクールチューブを想定する。チューブの内径は 0.2m で長さは 6m として内表面積は 3.77m² となる。内表面の対流熱伝達率は 10W/m²K とした。そして入口温度になる外

気温度が 30°C で、内表面温度は 20°C と仮定すると、解析解は 20.6°C となる。一方、流れ方向分割モデルの出口温度は図-11 に示す。管内表面熱伝達対流比は 2.81 で前例より少し大きく、4~5 分割以上あれば間に合う様である。

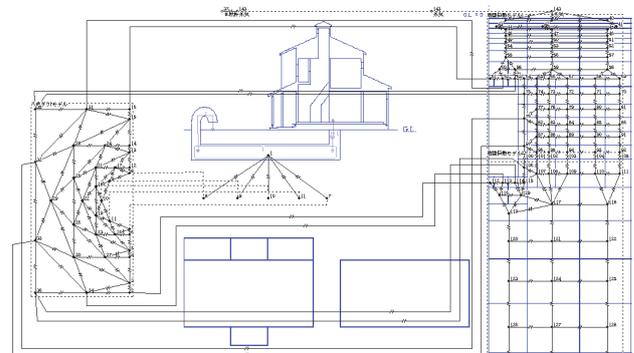


図-10 クールチューブと地中伝熱の熱回路網モデル

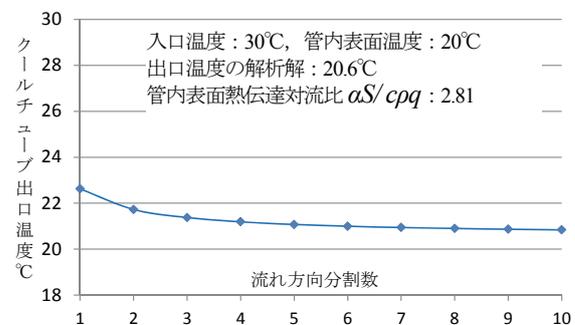


図-11 クールチューブの分割モデルの出口温度

5. まとめ

管内表面熱伝達対流比 aS/cpq が大きければ、少ない分割数の離散化モデルでも、実用上は十分な出口温度が得られるが、多くの場合は数分割で間に合う。さらに本論の指数関数の相当熱伝達係数を用いることで、流体の流れ方向が分割無しでも精度の高い出口温度が得られ、比較的簡単な熱回路網モデルにすることができる。

謝辞

本論文中の三種の具体例に関する説明図は、神奈川大学の 2018 年度の卒業研究生の藤岡杏奈、田中考典、仲條雄大らによるものを利用しました。

参考文献

- 1) 空気調和・衛生工学会, 空気調和・衛生工学便覧 1 基礎編, 2010 年 2 月, 第 14 版 第 1 刷, pp454-455
- 2) 奥山博康, 建築物の熱回路網モデルに関する理論的研究, 早稲田大学, 博士号学位請求論文, 1987 年 12 月
- 3) 奥山博康, 櫻井一樹, 熱回路網モデルによる床暖房と温風暖房のエネルギー性能比較, 空気調和・衛生工学会大会学術講演論文集, 2013 年 9 月, J-72, pp473-476
- 4) Atsumasa Yoshiura, Hiroyasu Okuyama, Mao Yamaguchi, Nanase Ishigaki, Ryunosuke, Harada, Tatsuki Someya, Calculation Examples Using the NETS Simulation Program as a General-Purpose Network Model for Heat, Air, and Gas Movement in Buildings, Proceedings of 4th Building Simulation and Optimization Conference, Cambridge, UK, 11-12 September 2018, pp124-131