

正会員

奥山博康

(清水建設㈱研究所)

1. はじめに 換気現象の電算機による予測シミュレーションは、省エネルギーあるいは火災時の煙制御などの種々の観点から重要な技術であるが、多くの教科書や研究論文で扱われていながらも、いまだ実際の設計の場での定着した技術にはなっていない。本論文においてはその基本的原因となっている問題点を論じ、それらのいくつかに対してよりよい解決法を提示するものである。

2. 問題点 換気系は多数のチャンバとそれらを継ぐ通気路(枝)によって構成されているとみなせる。各チャンバの底面での静圧を室内圧(圧力節点)と呼べば、換気シミュレーションは、これらの室内圧分布を求める計算に帰着される。ところが通気路をはさんでの圧力差と風量の関係は非線型であり、それゆえ全チャンバでの室内圧に関する全体方程式も非線型となる。従ってどのような解法をとろうとも繰り返し収束計算は不可避であり、電算機の利用は不可欠なものとなる。電算機利用に適した数学モデルの構成法については回路網の概念が有効であることは、ほとんどの論文において述べられているが、アルゴリズムに直結し、かつ完全な汎用性を実現するような『換気回路網の定式化法の問題』があげられる。次に解法上の問題がある。現状の解法は次の4種ほどに大別される。1つはa)最適化問題にして解く方法である<sup>①</sup>。これは上位の物理概念であるエネルギー原理を用いる。すなわち、通気抵抗に打ち勝って空気が流れることによるエネルギーの消散量を換気系全体にわたって積分したものをコスト関数におき、これを最小化するように、共役勾配法などによって解くものである。2つめはb)線型方程式系に近似化して解く方法である<sup>②</sup>。これは圧力差と風量の非線型方程式を、仮定する動作点の近傍で線型近似し、各チャンバでの風量収支の式に代入して、室内圧ベクトルに関する線型方程式系をつくり、この解を求める。これによって線型近似する動作点の変更され、さらにこれらの手順を繰り返し、解に収束させる。3つめはc)Newton法である<sup>③④</sup>。これは別名Cross法と呼ばれるが、その流量あるいは圧力仮定のいずれの方法も数学的にはNewton法にすぎない。4つめはd)Newton-Raphson法である。これは室内圧ベクトルによる各チャンバの風量残差の偏導関数マトリクス(Jacobian matrix)を用いて、Newton法を多次元で連成をとりながら行なう方法である。Newton法は圧力節点の数が多くなってくると収束しない場合が多い。Newton-Raphson法はそれより改善はされるが、換気駆動力が偏在していたり、妥当な初期仮定値を与えないと正しい解に収束しない場合がある。同様な問題はa), b)の方法についても存在する。従って大切なのは形式的な解法そのものではなく、その解法にRobustness(頑丈性)を持たせる方法である。これを『非線型方程式解法のRobustnessの問題』とする。このRobustnessを得るには形式的な数学論ではなく、4で述べるように、物理的洞察が大切である。最後にあげる問題は計算に用いる通気抵抗係数、抵抗指数の通気特性値と風圧係数のパラメータが不備なことである。通気特性値は、一般に、その通気路の形状と空気の粘性がわかかっていても演繹的に求めることはできず、エアチャンバ法により実験をしなければならない。従って、通気路の形状はデザインのバリエーションや施工の精度によって無限に変わりうることを考えれば、これら全ての通気特性値を用意しておくことは実際上不可能である。そこで、実験されていない形状のものについてもある程度の精度で予測できるようになるための研究が必要

である。風圧係数についても同様な問題がある。これを『通気特性値と風圧係数の予測あるいは補完の問題』とする。この研究が強く動機づけられるためには、その研究成果であるパラメータを必要とする、実用的な計算法がまず確立されていなければならない。

3. 換気回路網の定式化法 チャンバが  $n$  個あるとし、その室内圧  $p_1, p_2, \dots, p_n$  (kg重/m<sup>2</sup>) をそれぞれ節点番号 1 から  $n$  の節点の節点値とする。  $n+1$  番節点は外気地表面静圧を節点値として持つ。全ての通気路に対し、  $i$  側と  $j$  側という方向性の定義がなされているとし、総数は  $m$  個とする。ある  $k$  番通気路に対して、その  $i$  側、  $j$  側からの圧力  $p_{ki}, p_{kj}$  はそれぞれ次式で表わされる。

$$p_{ki} = p_i - h_{ki} \cdot r_i + w_{ki} \dots\dots (1) \quad p_{kj} = p_j - h_{kj} \cdot r_j + w_{kj} \dots\dots (2)$$

ここに、  $h_{ki}$  と  $h_{kj}$  はそれぞれ  $k$  番通気路に対し、  $i$  側と  $j$  側のチャンバ底面からの高さ (m)、  $r_i$  と  $r_j$  はそれぞれ  $i$  側と  $j$  側のチャンバの空気密度 (kg/m<sup>3</sup>)、  $w_{ki}, w_{kj}$  はそれぞれ  $k$  番通気路に対し、  $i$  側と  $j$  側からの風または送風機の圧力 (kg重/m<sup>2</sup>) である。このとき差圧と風量の関係として次式がなりたつ。

$$\| p_{ki} - p_{kj} \| = \zeta_k \cdot \frac{r_k}{2g} \cdot \left( \frac{Q_k}{A_k} \right)^{\tau_k} \dots\dots (3)$$

ここに、  $\zeta_k, \tau_k$  はそれぞれ通気抵抗係数と指数、  $Q_k$  は風量 (m<sup>3</sup>/s)、  $A_k$  は開口面積 (m<sup>2</sup>)、  $r_k$  は通過空気密度、  $g$  は重力加速度 (9.8 m/s<sup>2</sup>) である。(3) 式の  $p_{ki} - p_{kj}$  の正負により次の変換関数を定義する。

$$p_{ki} - p_{kj} \geq 0 \text{ ならば } \sigma_u(k) = i \text{ かつ } \sigma_d(k) = j \dots\dots (4)$$

$$p_{ki} - p_{kj} < 0 \text{ ならば } \sigma_u(k) = j \text{ かつ } \sigma_d(k) = i \dots\dots (5)$$

ここに  $i, j$  はそれぞれ  $i$  側、  $j$  側の圧力節点番号、  $u$  は Upwind、  $d$  は Downwind を表わす。すると  $\delta(i, j)$  をクロネッカーデルタとして、  $j$  チャンバでの風量収支から次式が成立つ。

$$f_j(p_1, p_2, \dots, p_n) = \sum_{k=1}^m \delta(j, \sigma_d(k)) \cdot Q_k - \sum_{k=1}^m \delta(j, \sigma_u(k)) \cdot Q_k = 0 \dots\dots (6)$$

これは  $j = 1, 2, \dots, n$  について成立するから次の  $p_1, p_2, \dots, p_n$  に関する非線型方程式系が得られる。

$$\begin{cases} f_1(p_1, p_2, \dots, p_n) = \sum_{k=1}^m \delta(1, \sigma_d(k)) \cdot Q_k - \sum_{k=1}^m \delta(1, \sigma_u(k)) \cdot Q_k = 0 \\ \vdots \\ f_j(p_1, p_2, \dots, p_n) = \sum_{k=1}^m \delta(j, \sigma_d(k)) \cdot Q_k - \sum_{k=1}^m \delta(j, \sigma_u(k)) \cdot Q_k = 0 \dots\dots (7) \\ \vdots \\ f_n(p_1, p_2, \dots, p_n) = \sum_{k=1}^m \delta(n, \sigma_d(k)) \cdot Q_k - \sum_{k=1}^m \delta(n, \sigma_u(k)) \cdot Q_k = 0 \end{cases}$$

4. 換気駆動力 0 からの増分接近法 本論文で述べる Robustness を備える方法は『換気駆動力 0 からの増分接近法 (Incremental approach)』であり、Newton-Raphson 法に適用し、1976 年の計算プログラム開発以来、全ての計算例において成功してきた。今、全く駆動力のない状態での室内圧分布を考える。それは全てのチャンバの空気密度が  $r_{n+1}$  と各種の風圧

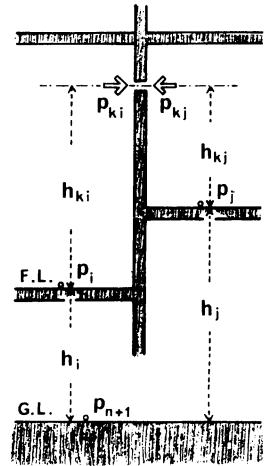


図 1 k 番通気路

$w_{ki}$  が全て 0 の場合であり、室内圧は次式で計算される。

$$p_j = p_{n+1} - r_{n+1} \cdot h_j \dots\dots\dots (j = 1, 2, \dots, n) \dots\dots\dots (8)$$

ここに  $h_j$  は  $j$  番チャンバ底面の地面からの高さである。もしこの状態から十分にわずかなだけ駆動力が増加したなら、そのときの室内圧分布は(8)式で計算される分布に近いであろう。従ってこれらを初期仮定値にし、Newton-Raphson法を用いればRobustlyに解に達する。さらに得られた解を初期仮定値にし、わずかなだけ駆動力を増加させた場合について解くという手順を繰り返していく。この駆動力増加の  $s$  ステップめにおける密度  $r_{js}$ 、風圧  $w_{kjs}$  は

$$r_{js} = r_{n+1} + (s/L) \cdot (r_j - r_{n+1}) \dots\dots\dots (9) \quad w_{kjs} = (s/L) \cdot w_{kj} \dots\dots\dots (10)$$

で計算する。ここに  $L$  は総ステップ数である。各ステップ間でのNewton-Raphson法による室内圧修正ベクトルは次式で求まる。ただし偏微分は数値微分で計算する。

$$\begin{bmatrix} \Delta p_1 \\ \vdots \\ \Delta p_j \\ \vdots \\ \Delta p_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial f_1 / \partial p_1 & \dots & \partial f_1 / \partial p_n \\ \vdots & & \vdots \\ \partial f_j / \partial p_1 & \dots & \partial f_j / \partial p_n \\ \vdots & & \vdots \\ \partial f_n / \partial p_1 & \dots & \partial f_n / \partial p_n \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} -f_1(p_1, \dots, p_n) \\ \vdots \\ -f_j(p_1, \dots, p_n) \\ \vdots \\ -f_n(p_1, \dots, p_n) \end{bmatrix} \dots\dots\dots (11)$$

収束の判定は室内圧修正ベクトルのノルムか、あるいはチャンバの総通過風量に対する風量残差比率ベクトルのノルムかどちらか(or)によって行なう。増分解法の初期には前者、後期においては後者によって解の収束判定がされる。

5. 熱系と換気系の連成 熱系と換気系の節点番号の変換関数を定義する。 $\sigma_{lv}$  は熱系の節点番号  $i$  に換気系の節点番号  $j$  を  $\sigma_{lv}(i) = j$  のように変換する。 $\sigma_{vl}$  は逆に換気系の節点番号  $j$  に熱系の節点番号  $i$  を  $\sigma_{vl}(j) = i$  のように変換する。熱系の節点の集合は換気系の節点の集合を包含するから、換気系の節点の補集合にあってかつ熱系の節点である  $i$  については  $\sigma_{lv}(i) = -1$  と定義する。今、熱系の  $i$  番節点の温度を  $x_i$  と表わせば、換気系は温度によって定まる空気密度によって次式のように影響をうける。

$$r_j = 353.2 / (273.2 + x_{\sigma_{vl}(j)}) \dots\dots\dots (12)$$

また熱系の  $i$  から  $j$  節点への一般化コンダクタンスを  $c_{ij}$  とあらわせば、それは伝導または伝達に分  $c_{dij}$  と移流に分  $c_{aij}$  の代数和であり、移流分は換気系によって次式の影響をうける。

$$c_{ij} = c_{dij} + c_{aij} = c_{dij} + 3600 \cdot c_p \cdot r \cdot \sum_{k=1}^m \delta(\sigma_{lv}(i), \sigma_u(k)) \cdot \delta(\sigma_{lv}(j), \sigma_d(k)) \cdot Q_k \dots\dots\dots (13)$$

ここに  $c_p$  は空気の比熱である。2つの系の全体システムを線型方程式では記述できないから、連成は収束計算によってとる。熱系が非定常扱いの場合は、十分小さな時間間隔  $\Delta t$  で時間積分していく過程でこの連成がとれるようにする。これを定常扱いの場合を例にとって説明する。まず熱系の  $j$  節点において次の熱平衡式が成立つ。

$$\sum_{i=1}^{\ell \cdot \ell_0} c_{ij} \cdot x_i - \sum_{i=1}^{\ell \cdot \ell_0} c_{ji} \cdot x_j + \sum_{i=1}^{\ell g} r_{ij} \cdot g_i = 0 \dots\dots\dots (14)$$

ここに  $g_i$  は日射などの自由入力発生量、 $r_{ij}$  はその入力率を表わす。また  $\ell$  は熱系のシステムの次数、 $\ell_0$  は外部の独立した温度の節点数、 $\ell g$  は  $g_i$  の総個数である。さらに状態ベクトルを

$x = {}^t(x_1, \dots, x_\ell)$ , 固定入力ベクトルを  $x_0 = {}^t(x_{\ell+1}, \dots, x_{\ell+\ell_0})$ , 自由入力ベクトルを  $g = {}^t(g_1, \dots, g_{\ell_0})$  と定義すれば, 熱系の方程式は(15)式, これを  $x$  について解けば(16)式となる。

$$C \cdot x + C_0 \cdot x_0 + R \cdot g = 0 \dots\dots\dots(15) \quad x = -C^{-1} \cdot (C_0 \cdot x_0 + R \cdot g) \dots\dots\dots(16)$$

こうして(15)式によってその構造が定まる熱系の温度分布は(16)式によって求まり, この温度分布によって(15)式から換気駆動力の空気密度が定まる換気系の風量分布は3,4で述べた方法により求まる。さらに, 得られた風量分布によって同じ計算手順を解が収束するまで繰り返す。

### 6. 応用例 煙突効果の大きく働く

火力発電所の換気制御の検討に用いる例をあげる。図2はその建屋のモデルである。右手にはボイラーが, 左手にはタービンが入っている。通気路19のところからは燃焼用空気をボイラーに吸い込んでいる。1~16は給気口, 搬入口やドアを17はモニターを, 18と20~39は隙間を表わす。建屋内の温度分布, 室内圧分布は給気口の開閉で大きく変化する。そこで冬期には配管系の凍結が, 夏期には過熱することが起こらないように給気口の開

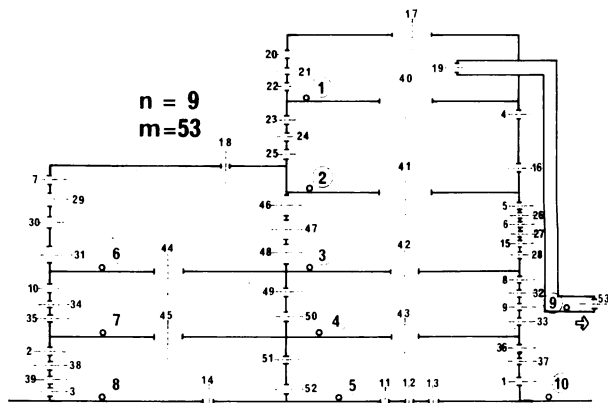


図2 シミュレーションモデル

閉の仕方を検討する。そのため, まずモデルの同定を行なう。通気特性値は開口の風量測定と差圧測定によって得られるが, 風量の直接測定の難しい隙間についてはエアチャンバ法により得る。風圧係数は建屋外表面静圧と自由大気風速の全圧の比により得る。さらにモデルのチャンバ内の発熱量も推定する。そのため建屋内の温度分布の測定を行ない, これにもとづく各チャンバの温度において, 同定されたパラメーターを用いて換気シミュレーションを行なう。外壁等の熱貫流率が別途得られているとすれば, (14)式により発熱量が計算される。こうしてモデルのパラメーターと駆動力の要因の1つである発熱量が求められる。次に外気温, 日射, 風速などの外的要因が実測では得られない状態に変化した場合について, 給気口, モニターの開閉を様々に設定しながら, 熱系と換気系の連成シミュレーションを行なうことにより, 室内圧分布と温度分布を予測して, 最適な換気制御法を検討することができる。

### 7. まとめ

完全な汎用性を持つ換気シミュレーションプログラムを開発するために必要な, アルゴリズムに直結した, 換気回路網の定式化法を述べた。また室内圧分布を求める際の実線型問題に対する現状の解法を総説し, それらがRobustness(頑丈性)に関する論点において欠落していることを指摘した。そして本論文ではNewton-Raphson法にRobustnessを持たせるために『換気駆動力0からの増分接近法』と呼ぶ方法を加えた解法が有効であることを報告した。さらに熱系と換気系を連成するための定式化法にも言及した。

### 〔参考文献〕

- ① ZÖLD A. "Air Circulation in Buildings by The Flow in Networks Method" Period Polytech Archit (Hungary) 22(1) 50~62 1978
- ② D.M.Sander and G.T.Tamura "Simulation of Air Movement in Multi-Storey Buildings" Vol.1.Proceedings, 2nd Symposium on Use of Computers for Thermal Environmental Engineering, Paris, 1974 P.167~171
- ③ 石原正雄「建築換気設計」朝倉書店
- ④ 日本建築学会「建築設計資料集成, 環境1」丸善