C－54

換気回路網のモデル化法とその非線型連立方程式の解法

正会員　奥山 博康　(清水建設(株)技術研究所)

1　はじめに

機械換気装置を持つ多数室から成る建物における隙間風と換気のコンピュータシミュレーション技術はエネルギーの観点からも空気汚染の観点からも重要である。しかし既報の論文[1][2]で指摘したように問題点が3つほどある。1つめは建物と機械換気装置を合わせて一般的にモデル化する方法である。2つめは換気の非線型連立方程式を振動などを起こさずに確実に解く数値解法である。3つめは通気抵抗などのモデルの係数を定める方法がまだ不十分なことである。本論文では既報[1][2]に述べた解決法を改良し、まとめなおす。

2　モデル化法

モデルは一般性はもちろん、コンピュータモデルとして単純で最小のデータ構造を持つべきである。機械換気装置を含め建物全体を一体的にモデル化する方法として全圧節点系の考え方を述べる。図1にこの1つの例を示す。モデル化の手順は次のようにする。(i) 建物を換気モデル上のセルに分割する。またエアダクトなどの分岐点にもセルを設ける。(ii) 通気路の集中定数化を行う。上下方向に長い開口は分割しそれぞれの高さの中心に集中定数化する。(iii) 圧力節点を定義する。各セルの底面での静圧を圧力節点とみなす。これらの節点に番号を付け、外気地表面の静圧は最後の番号とする。またこれらの節点の高さを得る。(iv) 各通気路の定義を行う。通気路の両側を任意に i 側、j 側と定義する。これらの i 側、j 側の圧力節点番号を求める。集中定数化された高さを求める。通気抵抗と指数の係数を求める。ただし送風機は通気路の属性として扱うが、送風機全圧の風量による関係式の係数を求める。

節点の圧力を未知数とし、基本的解法には圧力仮定法をとるためのモデルを組む。圧力仮定法とは仮定された節点圧力によって各室での風量残差を計算し、これらを0にもっていくように節点圧力に修正を加えていくもの

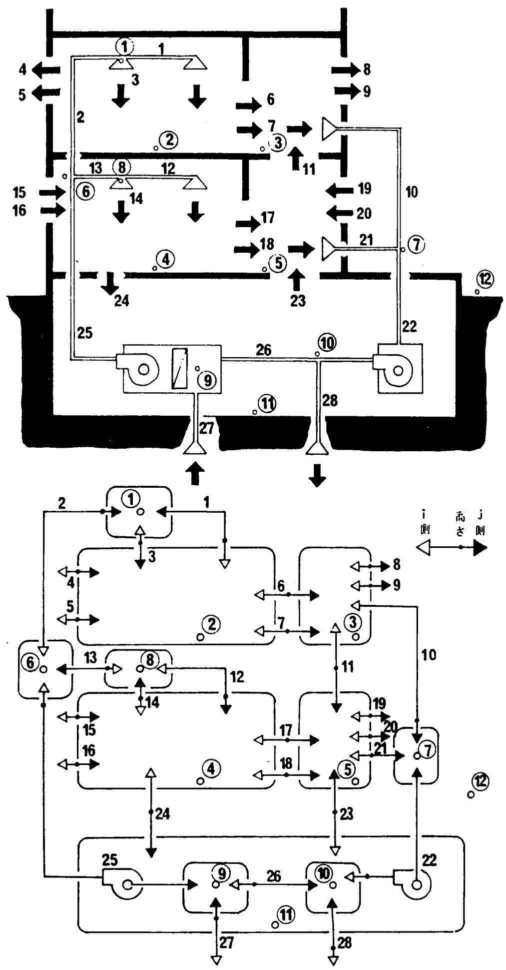

図1　換気回路網のモデル化の方法

A Computer Modelling Method of Building Airflow Network and The Solution of Non-Linear Simultaneous Equations

OKUYAMA Hiroyasu

である。最も重要な計算過程はその風量残差を求めるところである。こうした計算を凡用性を持ちながらも単純なアルゴリズムで行えるように工夫をし表1のようなデータ構造をつくった。

表1　風量残差計算のデータ構造

		内容	配列名	サイズ
スカラ	計算モデルのサイズ	総室数	n	－
		総通気路数	m	－
ベクトル	室(セル)の情報	床の高さ (m)	$l(i)$	$n+1$
		空気の比重量 (kg重/m^3)	$\gamma(i)$	
		室内圧 (kg重/m^2)	$p(i)$	
		風量残差 (m^3/sec)	$v(i)$	
	通気路の情報	通気路の高さ (m)	$h(k)$	m
		通気路の面積 (m^2)	$a(k)$	
		抵抗係数	$\zeta(k)$	
		抵抗指数	$\eta(k)$	
		風量 (m^3/sec)	$q(k)$	
		外気風圧・i側 (kg重/m^2)	$w_i(k)$	
		外気風圧・j側 (kg重/m^2)	$w_j(k)$	
		抵抗の回帰係数	$d_1(k)$	
			$d_2(k)$	
		送風機性能係数	$b_0(k)$	
			$b_1(k)$	
			$b_2(k)$	
			$b_3(k)$	
	通気路と室(セル)の接続情報	通気路のi側の室番号	$\sigma_i(k)$	
		通気路のj側の室番号	$\sigma_j(k)$	
	流れの向きの情報	風上側室番号	$\sigma_u(k)$	
		風下側室番号	$\sigma_d(k)$	

送風機を持たない通気路のk番について、i側からかかる静圧をp_i、j側からのそれをp_jとすれば、それぞれ次式で計算される。

$$p_i = p(\sigma_i(k)) - \Big\{h(k) - \ell(\sigma_i(k))\Big\} \cdot \gamma(\sigma_i(k)) + w_i(k) \quad (1)$$

$$p_j = p(\sigma_j(k)) - \Big\{h(k) - \ell(\sigma_j(k))\Big\} \cdot \gamma(\sigma_j(k)) + w_j(k) \quad (2)$$

p_iとp_jの大小関係により風上側となる節点番号$\sigma_u(k)$、風下側となる$\sigma_d(k)$が決定される。

圧力差をΔpとすれば次式で計算される。

$$\Delta p = |p_i - p_j| \quad (3)$$

このΔpと通気抵抗などの諸情報からk番通気路の風量$q(k)$は次式で計算される。

$$q(k) = a(k) \cdot \left(\frac{2 \cdot g \cdot \Delta p}{\zeta(k) \cdot \gamma(\sigma_u(k))} \right)^{\frac{1}{\eta(k)}} \quad (4)$$

ここにgは重力加速度である。

送風機を持つ通気路については送風機特性曲線が$b_0(k)$、$b_1(k)$、$b_2(k)$、$b_3(k)$を係数に持つ3次曲線で表されているから、カルダノなどの解析的な方法で$q(k)$について解くために通気路の差圧と風量の関係も最小二乗法等により$q(k)$の1次と2次の式に回帰しておく。

$$\zeta(k) \cdot \frac{\gamma}{2g} \left(\frac{q(k)}{a(k)} \right)^{\eta(k)} \cong d_1(k) \cdot q(k) + d_2(k) \cdot q^2(k) \quad (5)$$

送風機加圧がi側から行われる場合とj側からの場合についてそれぞれ次の$q(k)$に関する3次方程式が成り立つ。

$$\begin{aligned} p_i + b_0(k) + b_1(k) \cdot q(k) \\ + b_2(k) \cdot q(k)^2 + b_3(k) \cdot q(k)^3 - p_j \\ = d_1(k) \cdot q(k) + d_2(k) \cdot q(k)^2 \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} p_j + b_0(k) + b_1(k) \cdot q(k) \\ + b_2(k) \cdot q(k)^2 + b_3(k) \cdot q(k)^3 - p_i \\ = d_1(k) \cdot q(k) + d_2(k) \cdot q(k)^2 \end{aligned} \quad (7)$$

$q(k)$の根は複素数の範囲で3個あるが少なくとも1個は実数である。根の状況を調べ正の最大根を求める風量とする。送風機がある場合もない場合と同様にして風上側の節点番号$\sigma_u(k)$、風下側の節点番号$\sigma_d(k)$が定められる。

ここでi番のセルでの風量残差を$v(i)$とすれば全てのセルでの風量残差は次の簡単なアルゴリズムで計算される。セルとセルのつながりを表す複雑な配列情報も判別も不用であることに注意する。ただしmは総通気路数である。

$$\left[\begin{array}{l} k=1,2,\ldots,m \text{ について} \\ v(\sigma_d(k)) \Longleftarrow v(\sigma_d(k))+q(k) \\ v(\sigma_u(k)) \Longleftarrow v(\sigma_u(k))-q(k) \\ \text{を計算する} \end{array}\right. \qquad (8)$$

ここに $\Longleftarrow$ は代入を意味する。

3　非線型方程式の解法

総セル数を n として節点静圧　$p(i)(i=1, 2,\ldots,n)$ に適当な修正量 $\Delta p_1, \Delta p_2, \ldots, \Delta p_n$ を施して風量残差を 0 に近づける。いま $v(i)$ は v_i、$p(i)$ は p_i のように表示することにし、$p_1+\Delta p_1, p_2+\Delta p_2, \ldots, p_n+\Delta p_n$ の点での v_i のテーラー展開第 1 項までを記述すれば次のようになる。

$$v_i(p_1+\Delta p_1, p_2+\Delta p_2, \ldots, p_n+\Delta p_n) \cong v_i(p_1, p_2, \ldots, p_n) + \frac{\partial v_i}{\partial p_1}\cdot\Delta p_1 + \frac{\partial v_i}{\partial p_2}\cdot\Delta p_2 +, \ldots, + \frac{\partial v_i}{\partial p_n}\cdot\Delta p_n \quad (9)$$

左辺がちょうど 0 になると仮定する。この式を $i=1,2,\ldots,n$ について記述し、修正量ベクトル $\boldsymbol{p}_c = {}^t(\Delta p_1, \Delta p_2, \ldots, \Delta p_n)$ と風量残差ベクトル $\boldsymbol{v} = {}^t(v_1, v_2, \ldots, v_n)$ について整理すると次式を得る。

$$\boldsymbol{J}\cdot\boldsymbol{p}_c = -\boldsymbol{v} \qquad (10)$$

$\boldsymbol{J}$ はヤコビアンマトリクスと呼ばれているものでその i 行 j 列要素は $\partial v_i/\partial p_j$ である。(10) 式から $\boldsymbol{p}_c$ を求めて仮定した圧力ベクトルに加えていくのが普通のニュートンラプソン法である。しかしこれでは解の振動などを起こし収束しない場合がある。そこで以下の (a) に修正ニュートンラプソン法を示す。さらにこれは (b) ～ (d) の手法を伴って初めて効果を表す。

(a) 振動防止係数

(10) 式で求めた修正量 $\boldsymbol{p}_c$ をそのまま施してはならない。振動防止係数 $\varepsilon=0.5$ を乗じてから施す。この理由は換気の非線型方程式が持つ独特の性質にある。図 2 には単室で 2 つの通気路を持つ最も単純な場合を示す。この場合何も換気駆動力がないときに室内圧 p に対する風量残差 v の曲線が図 3 である。$p=0$ の自明の

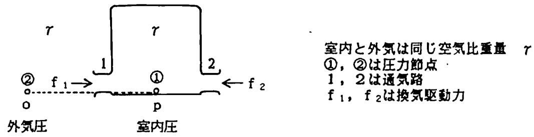

図 2　最も単純な要素モデル

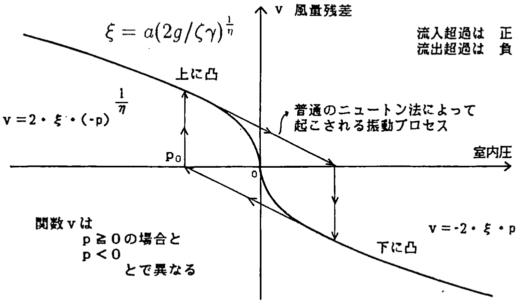

図 3　振動のしくみ (換気駆動力なし)

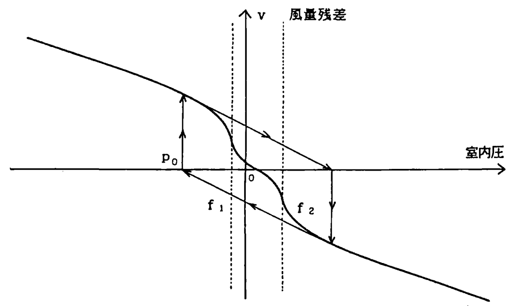

図 4　振動のしくみ (換気駆動力あり)

解をはさみ v の関数は異なる。抵抗指数 $\eta=2$ であればどの仮定値 p_0 からはじめてもニュートンラプソン法は完全な振動を繰り返す。通気路に f_1 と f_2 の何らかの駆動力が加わったときにも大部分は同様な曲線の形を示し図 4 で表される。縦の点線で表される f_1 と f_2 の区間が縮まって 0 になったのが図 3 の特殊な場合である。従ってこの区間の外からニュートンラプソン法を開始すれば同じく振動を起こす。この区間は一般に狭く、それ故に初期値を区間内に入れるのは困難なのである。

(b) ヤコビアンのつくりかた (中央差分)

偏導関数 $\partial v_i/\partial p_j$ は数値微分で求める。v は風量の向きによって切り換わる関数であるから解析微分によって求めようとするのは正しくない。そしてこの数値微分は中央差分で行う必要がある。これは図からわかるように解の近くでは曲線の傾きが垂直に近づき変化が激し

いからである。計算式は次のように表される。

$$\frac{\partial v_i}{\partial p_j} \cong \Big\{ v_i(p_1,\ldots,p_j+\Delta p,\ldots,p_n) - v_i(p_1,\ldots,p_j-\Delta p,\ldots,p_n) \Big\} / 2\cdot\Delta p \quad (11)$$

ヤコビアンをつくる計算は前述の風量残差を計算する手順をサブルーチンとして用いれば容易に行える。

(c) 初期値のとり方 (換気駆動力 0 から開始)

ニュートンラプソン法において初期仮定値は解の近くになければならない。この物理的状態として全室が外気温に等しく、風圧や送風機加圧も 0 の場合が考えられる。こうした換気駆動力 0 の初期値は次式で計算される。ただし $i = 1, 2, \ldots, n$ である。

$$p(i) = p(n+1) - \gamma(n+1)\cdot\ell(i) \quad (12)$$

(d) 倍精度計算

物理現象として空気は非常に微差圧でも流動するので、計算上もこれを表現できなければならない。特に数値微分のΔp は加減算が意味をなす最小の値ぐらいにとる。

4 その他の問題

数値流体力学的な流れ解析を微分型のミクロモデルとすれば、換気計算は積分型のマクロモデルと見なせる。従って後者のモデルの諸係数は、流線の大略的傾向が定まっているときには定数的に扱えるが、そうでない場合には変化するものと見なさねばならない。例えば開放された空間を計算モデル上区切って室に分けた場合の仮想的な通気抵抗がその変化する場合に相当する。しかしミクロモデルに比べて比較的に圧力節点の数が少なくできるため計算時間も短くてすみ、また発散や振動を起こさない安定な解法がとれるので実用性がある。この利点を生かすために、相当通気抵抗というべきものを適当な乱流モデルなどから逐次定めていけるようになれば便利であり、これが今後の研究課題である。

上下方向に大きな開口をはさんで、温度差による流れがあるときには、開口の上部と下部では流れの向きが逆になることがある。現状のシミュレーションプログラムのモデルでは、1 つの通気路は 1 方向の流れしか表現できないので、そのような現象をモデル化するためには開口の上下方向をいくつかに分割し、各々を通気路と見なす。このようにしたのは換気モデルの構成要素の種類を少なく単純にするためであったが、逆に通気路の数が多くなり過ぎるなどの不具合も起こり得る。もし交換流れの通気路も加え、複数の種類の通気路を許すならば、そうした不具合は無くすことができる。ただしこれはプログラムのデータ構造と開発上の問題であり、本論文で述べたモデリングと解法の本質には変わりはないが、やはり 1 つの今後の開発課題である。

5 まとめ

機械換気装置も含め建物全体の換気系を一般的にコンピュータシミュレーションのモデルにするために全圧節点系の考え方による換気回路網のモデル化法を示した。また圧力に関する非線形連立方程式を振動などを起こさずに確実に解くために修正ニュートンラプソン法を示し、この解法が有効な理由も解明した。大きな空間を仮想的な室に区切った場合も安定に解けるが、この場合には適当な通気抵抗を定める何らかの乱流モデルが今後の課題となる。また 1 種類の通気路だけではなく複数種類の通気路をモデルに取り込むことも今後の開発課題である。

(参考文献)

[1] 奥山博康:"換気回路網によるシミュレーションの理論と応用"空気調和衛生工学会·学術論文集,1983 年 10 月,p545

[2] 奥山博康, 藤井晴行:"回路網モデルによる建築環境シミュレーションプロブラムの開発(その 1:プログラム体系と適用事例)"空気調和衛生工学会·学術論文集 1985 年 9 月,p213

[3] 奥山博康:"熱と換気の回路網数値解析"建築学会環境工学委員会·熱小委員会·第 17 回熱シンポジウムテキスト (大空間の熱環境設計)1987 年 8 月,p77